LIVRET DE RÉVISIONS
POUR L'ENTRÉE EN
BTS ÉLECTROTECHNIQUE

CORRIGÉS

NB : ce travail ne sera intéressant que si vous ne prenez votre calculatrice qu'en dernier recours, juste pour vérifier.

Il est essentiel de savoir écrire tous les intermédiaires de calcul.

1. Fractions
2. Puissances
3. Équations, inéquations
4. Identités remarquables
5. Factorisations, développements
6. Systèmes
7. Repérage dans le plan
8. Divers

Laboratoire de Mathématiques BASCAN RAMBOUILLET

1. Fractions

EXERCICE : Calculer sans utiliser la calculatrice, puis vérifier son résultat avec celle-ci :

a) $\dfrac{2}{5}+\dfrac{3}{7}=\dfrac{2\times 7+3\times 5}{5\times 7}=\dfrac{29}{35}$

b) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{3-2}{2\times 3}=\dfrac{1}{6}$

c) $\dfrac{1}{6}+\dfrac{5}{18}=\dfrac{1\times 3}{6\times 3}+\dfrac{5}{18}=\dfrac{3+5}{18}=\dfrac{8}{18}=\dfrac{4}{9}$

d) $\dfrac{3}{25}-\dfrac{4}{15}=\dfrac{3\times 3}{25\times 3}-\dfrac{4\times 5}{15\times 5}=\dfrac{9-20}{75}=\dfrac{-11}{75}$

e) $1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2+1}{2}=\dfrac{3}{2}$

f) $5-\dfrac{1}{5}=\dfrac{5\times 5-1}{5}=\dfrac{24}{5}$

g) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{6+4+3}{12}=\dfrac{13}{12}$

h) $\dfrac{1}{2}-3=\dfrac{1-6}{2}=-\dfrac{5}{2}$

i) $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2\times 3}+\dfrac{1}{2\times 3\times 4}=\dfrac{24+12+4+1}{42}=\dfrac{41}{42}$

j) Soit x un réel, $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{3x+2(1+x)}{6}=\dfrac{3x+2+2x}{6}=\dfrac{5x+2}{6}$

k) Soit x un réel différent de 0 et -1 , $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1+x}{x\times(x+1)}=\dfrac{2x+1}{x(x+1)}$

l) Soit x un réel différent de -1 , $\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{x}{3}=\dfrac{2\times 3-x(x+1)}{3(x+1)}=\dfrac{-x^2-x+6}{3(x+1)}$

m) Soit x un réel différent de 0 et -1 , $\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-(1+x)}{x\times(x+1)}=\dfrac{x-1-x}{x(x+1)}=\dfrac{-1}{x(x+1)}$

n) Soit x un réel différent de 0 et -1 ,

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x}=\frac{(x+1)+x^2+x(x+1)}{x^2\times(x+1)}=\frac{x+1+x^2+x^2+x}{x^2(x+1)}=\frac{2x^2+2x+1}{x^2(x+1)}$$

o) Soit x un réel différent de 0 et 1,

$$\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}=\frac{(x-1)-x^2-x(x-1)}{x^2\times(x-1)}=\frac{x-1-x^2-x^2+x}{x^2(x-1)}=\frac{-2x^2-1}{x^2(x+1)}$$

p) $3\times\dfrac{1}{2}-5\times\dfrac{4}{15}=\dfrac{3}{2}-5\times\dfrac{4}{5\times 3}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{4}{3}=\dfrac{3\times 3-2\times 4}{2\times 3}=\dfrac{9-8}{6}=\dfrac{1}{6}$

q) $\dfrac{\frac{1}{2}}{3}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1\times 1}{2\times 3}=\dfrac{1}{6}$ $\qquad\dfrac{1}{\frac{2}{3}}=\dfrac{3}{2}$ (il s'agit en fait de calculer l'inverse de $\dfrac{2}{3}$)

2. Puissances

EXERCICE : Donner le résultat à l'aide d'une puissance de 10.

a) $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$	b) $\left(10^2\right)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6$
c) $10^2 \times 10^{-3} = 10^{2-3} = 10^{-1}$	d) $\left(10^2\right)^{-3} = 10^{2\times(-3)} = 10^{-6}$
e) $\dfrac{10^2}{10^3} = 10^{2-3} = 10^{-1} = \dfrac{1}{10}$	f) $\dfrac{10^2}{10^{-3}} = 10^{2-(-3)} = 10^{2+3} = 10^5$
g) $\dfrac{\left(10^7\right)^2}{10^3} = \dfrac{10^{14}}{10^3} = 10^{14-3} = 10^{11}$	h) $\left(\dfrac{10^3}{10^4}\right)^2 = \left(10^{3-4}\right)^2 = \left(10^{-1}\right)^2 = 10^{-2}$
i) $\dfrac{\left(10^2\right)^5}{10^3 \times 10^7} = \dfrac{10^{2\times 5}}{10^{3+7}} = \dfrac{10^{10}}{10^{10}} = 1 = 10^0$	j) $\dfrac{\left(10^{-7}\right)^2}{10^{-3}} = \dfrac{10^{-7\times 2}}{10^{-3}} = 10^{-14+3} = 10^{-11}$
k) $\left(\dfrac{10^{-3}}{10^4}\right)^{-2} = \left(10^{-3-4}\right)^{-2} = \left(10^{-7}\right)^{-2} = 10^{14}$	l) $\dfrac{\left(10^{-2}\right)^{-5}}{10^{-3} \times 10^{-7}} = \dfrac{10^{-2\times(-5)}}{10^{-3+(-7)}} = \dfrac{10^{10}}{10^{-10}} = 10^{10-(-10)} = 10^{20}$

3. Résolutions d'équations, d'inéquations

EXERCICE : Résoudre dans P les équations et inéquations suivantes.

Pour tout réel x,

(E_1) : $2x+1=0$	$(E_1) \Leftrightarrow 2x=-1$ $(E_1) \Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2}$	$S=\left\{\dfrac{-1}{2}\right\}$
(E_2) : $-3x+2=0$	$(E_2) \Leftrightarrow -3x=-2$ $(E_2) \Leftrightarrow x=\dfrac{-2}{-3}=\dfrac{2}{3}$	$S=\left\{\dfrac{2}{3}\right\}$
(E_3) : $5x-4=0$	$(E_3) \Leftrightarrow 5x=4$ $(E_3) \Leftrightarrow x=\dfrac{4}{5}$	$S=\left\{\dfrac{4}{5}\right\}$
(E_4) : $-8x-1=0$	$(E_4) \Leftrightarrow -8x=1$ $(E_4) \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{-8}=-\dfrac{1}{8}$	$S=\left\{\dfrac{-1}{8}\right\}$
(E_5) : $3x=0$	$(E_5) \Leftrightarrow x=\dfrac{0}{3}=0$	$S=\{0\}$
(E_6) : $-x=0$	$(E_6) \Leftrightarrow x=\dfrac{0}{-1}=0$	$S=\{0\}$
(I_1) : $2x+1\geq 0$	$(I_1) \Leftrightarrow 2x\geq -1$ $(I_1) \Leftrightarrow x\geq \dfrac{-1}{2}$ car 2 est positif	$S=\left[\dfrac{-1}{2};+\infty\right[$

$(I_2):\ -3x+2\geq 0$	$(I_2)\Leftrightarrow\ -3x\geq -2$ $(I_2)\Leftrightarrow\ x\leq\frac{-2}{-3}$ car -3 est négatif $(I_2)\Leftrightarrow\ x\leq\frac{2}{3}$	$S=\left]-\infty;\frac{2}{3}\right]$
$(I_3):\ 5x-4\geq 0$	$(I_3)\Leftrightarrow\ 5x\geq 4$ $(I_3)\Leftrightarrow\ x\geq\frac{4}{5}$ car 5 est positif	$S=\left[\frac{5}{4};+\infty\right[$
$(I_4):\ -8x-1\geq 0$	$(I_4)\Leftrightarrow\ -8x\geq 1$ $(I_4)\Leftrightarrow\ x\leq\frac{1}{-8}$ car -8 est négatif	$S=\left]-\infty;\frac{-1}{8}\right]$
$(I_5):\ 3x\geq 0$	$(I_5)\Leftrightarrow\ x\geq\frac{0}{3}$ car 3 est positif $(I_5)\Leftrightarrow\ x\geq 0$	$S=[0;+\infty[$
$(I_6):\ -x\geq 0$	$(I_6)\Leftrightarrow\ x\leq 0$ car -1 est négatif	$S=]-\infty;0]$
$(E_7):\ 3x+7=5$	$(E_7)\Leftrightarrow\ 3x=5-7$ $(E_7)\Leftrightarrow\ 3x=-2$ $(E_7)\Leftrightarrow\ x=\frac{-2}{3}$	$S=\left\{\frac{-2}{3}\right\}$
$(E_8):\ -7x+1=-2$	$(E_8)\Leftrightarrow\ -7x=-2-1$ $(E_8)\Leftrightarrow\ -7x=-3$ $(E_8)\Leftrightarrow\ x=\frac{-3}{-7}$	$S=\left\{\frac{3}{7}\right\}$
$(E_9):\ 8x-3=1$	$(E_9)\Leftrightarrow\ 8x=1+3$ $(E_9)\Leftrightarrow\ x=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$	$S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$
$(E_{10}):\ -5x-2=-9$	$(E_{10})\Leftrightarrow\ -5x=-9+2$ $(E_{10})\Leftrightarrow\ x=\frac{-7}{-5}=\frac{7}{5}$	$S=\left\{\frac{7}{5}\right\}$
$(I_7):\ 3x+7\leq 5$	$(I_7)\Leftrightarrow\ 3x\leq 5-7$ $(I_7)\Leftrightarrow\ x\leq\frac{-2}{3}$ car 3 est positif	$S=\left]-\infty;\frac{-2}{3}\right]$
$(I_8):\ -7x+1\leq -2$	$(I_8)\Leftrightarrow\ -7x\leq -2-1$ $(I_8)\Leftrightarrow\ x\geq\frac{-3}{-7}$ car -7 est négatif $(I_8)\Leftrightarrow\ x\geq\frac{3}{7}$	$S=\left[\frac{3}{7};+\infty\right[$
$(I_9):\ 8x-3\leq 1$	$(I_9)\Leftrightarrow\ 8x\leq 1+3$ $(I_9)\Leftrightarrow\ x\leq\frac{4}{8}$ car 8 est positif $(I_9)\Leftrightarrow\ x\leq\frac{1}{2}$	$S=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$

(I_{10}) : $-5x-2\geq -9$	$(I_{10})\Leftrightarrow\ -5x\geq -9+2$ $(I_{10})\Leftrightarrow\ x\leq \frac{-7}{-5}$ car -5 est négatif $(I_{10})\Leftrightarrow\ x\leq \frac{7}{5}$	$S=\left]-\infty;\frac{7}{5}\right]$
(E_{11}) : $8x-5=5-3x$	$(E_{11})\Leftrightarrow\ 8x+3x=5+5$ $(E_{11})\Leftrightarrow\ 11x=10$ $(E_{11})\Leftrightarrow\ x=\frac{10}{11}$	$S=\left\{\frac{10}{11}\right\}$
(E_{12}) : $-4x+2=2x+1$	$(E_{12})\Leftrightarrow\ -4x-2x=-2+1$ $(E_{12})\Leftrightarrow\ -6x=-1$ $(E_{12})\Leftrightarrow\ x=\frac{-1}{-6}=\frac{1}{6}$	$S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$
(E_{13}) : $7-x=x$	$(E_{13})\Leftrightarrow\ 7=x+x$ $(E_{13})\Leftrightarrow\ 7=2x$ $(E_{13})\Leftrightarrow\ \frac{7}{2}=x$	$S=\left\{\frac{7}{2}\right\}$
(E_{14}) : $9=-10x-1$	$(E_{14})\Leftrightarrow\ 9+1=-10x$ $(E_{14})\Leftrightarrow\ 10=-10x$ $(E_{14})\Leftrightarrow\ x=\frac{10}{-10}=-1$	$S=\{-1\}$
(I_{11}) : $8x-5>5-3x$	$(I_{11})\Leftrightarrow\ 8x+3x>5+5$ $(I_{11})\Leftrightarrow\ 11x>10$ $(I_{11})\Leftrightarrow\ x>\frac{10}{11}$ car 11 est positif	$S=\left]\frac{10}{11};+\infty\right[$
(I_{12}) : $-4x+2<2x+1$	$(I_{12})\Leftrightarrow\ -4x-2x<1-2$ $(I_{12})\Leftrightarrow\ -6x<-1$ $(I_{12})\Leftrightarrow\ x>\frac{-1}{-6}$ car -6 est négatif $(I_{12})\Leftrightarrow\ x>\frac{1}{6}$	$S=\left]\frac{1}{6};+\infty\right[$
(I_{13}) : $7-x>x$	$(I_{13})\Leftrightarrow\ 7>2x$ $(I_{13})\Leftrightarrow\ \frac{7}{2}>x$ car 2 est positif	$S=\left]-\infty;\frac{7}{2}\right[$
(I_{14}) : $9<-10x-1$	$(I_{14})\Leftrightarrow\ 9+1<-10x$ $(I_{14})\Leftrightarrow\ \frac{10}{-10}>x$ car -10 est négatif $(I_{14})\Leftrightarrow\ -1>x$	$S=]-\infty;-1[$

4. Identités remarquables

RAPPEL : pour tous réels a et b :

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ $\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

Développer : Pour tout réel x,

$(x+3)^2 = x^2 + 2\times x\times 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

$(x-3)^2 = x^2 - 2\times x\times 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

$(x+3)(x-3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

$(2x+1)^2 = (2x)^2 + 2\times 2x\times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$

$(1-3x)^2 = 1^2 - 2\times 1\times 3x + (3x)^2 = 1 - 6x + 9x^2$

$(7x+1)(7x-1) = (7x)^2 - 1^2 = 49x^2 - 1$

5. Factorisations, développements

EXERCICE 1 : Développer.

Pour tout x réel :

a) a1) $6(x-2) = 6x - 12$ a2) $6(4x+1) = 24x + 6$

b) $3x(2x-4) = 6x^2 - 12x$

c) $x(3x+1) = 3x^2 + x$

d) $(x+2)(1+x) = x + x^2 + 2 + 2x = x^2 + 3x + 2$

e) $(5-2x)(x-1) = 5x - 5 - 2x^2 + 2x = -2x^2 + 7x - 5$

f) $(x-7)(x+7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$

g) $(x+3)^2 - x^2 = x^2 + 2\times x\times 3 + 3^2 - x^2 = 6x + 9$

h) $3x^2 - x(x-2) = 3x^2 - (x^2 - 2x) = 3x^2 - x^2 + 2x = 2x^2 + 2x$

EXERCICE 2 : Factoriser au maximum.

Pour tout x réel :

a) a1) $2x + 4 = 2(x+2)$ a2) $9x - 3 = 3(3x-1)$

b) $x^2 - 3x = x(x-3)$

c) $2x^2 + x = x(2x+1)$

d) $x^2 + x(x+1) = x(x + x + 1) = x(2x+1)$

e) $3x^2 - x(x-2) = x(3x - (x-2)) = x(3x - x + 2) = x(2x+2) = 2x(x+1)$

f) $(2+x)^2 + x(x+2) = (x+2)(2 + x + x) = (x+2)(2+2x) = 2(x+2)(1+x)$

g) $(5-2x)(x-1) - (x-1)^2 = (x-1)(5 - 2x - (x-1)) = (x-1)(5 - 2x - x + 1) = (x-1)(6-3x) = 3(x-1)(2-x)$

h) $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$

i) $(x+3)^2 - x^2 = (x+3-x)(x+3+x) = 3(2x+3)$

6. Systèmes d'équations

EXERCICE : Résoudre les systèmes suivants, où *a* et *b* sont des réels.

a) $\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1-b \\ 1-b-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1-b \\ -2b=3-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1-b=1-(-1)=2 \\ b=\dfrac{2}{-2}=-1 \end{cases}$ $\quad S=\{(2;-1)\}$

b) $\begin{cases} 2a+b=0 \\ -a+b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2a \\ -a-2a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2a \\ a=\dfrac{1}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2\times\dfrac{-1}{3}=\dfrac{2}{3} \\ a=\dfrac{-1}{3} \end{cases}$ $\quad S=\left\{\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{2}{3}\right)\right\}$

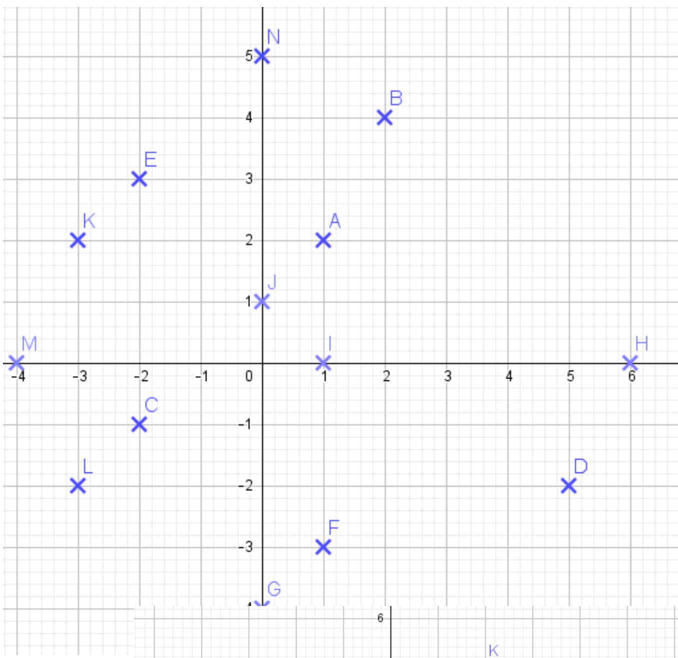
c) $\begin{cases} a-2b=3 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b-2b=3 \\ a=-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{3}{-3}=-1 \\ a=1 \end{cases}$ $\quad S=\{(1;-1)\}$

d) $\begin{cases} 3a-2b=3 \\ 2a+3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\times\dfrac{-3b}{2}-2b=3 \\ a=\dfrac{-3b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\left(\dfrac{-9}{2}-2\right)=3 \\ a=\dfrac{-3b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\left(\dfrac{-13}{2}\right)=3 \\ a=\dfrac{-3b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3\times\dfrac{2}{-13}=\dfrac{-6}{13} \\ a=\dfrac{-3}{2}\times\dfrac{-6}{13}=\dfrac{9}{13} \end{cases}$

$S=\left\{\left(\dfrac{9}{13};\dfrac{-6}{13}\right)\right\}$

7. Repérage dans le plan

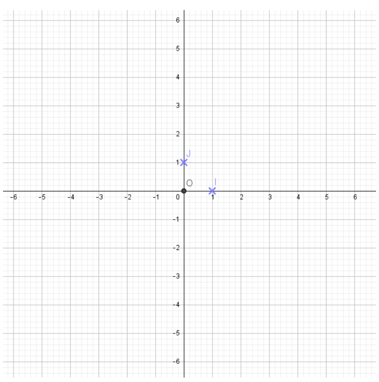
EXERCICE 1 : Lire les coordonnées dans le repère (O ; I, J) des points figurant sur le schéma ci-dessous.

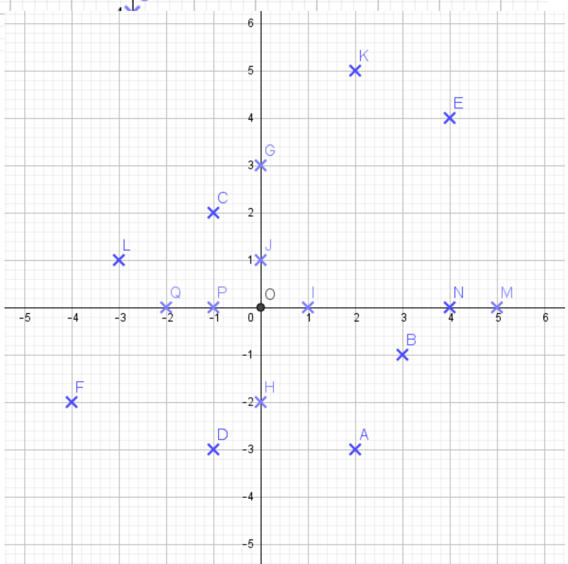


A : $(1;2)$	H : $(6;0)$
B : $(2;4)$	I : $(1;0)$
C : $(-2;-1)$	J : $(0;1)$
D : $(5;-2)$	K : $(-3;2)$
E : $(-2;3)$	L : $(-3;-2)$
F : $(1;-3)$	M : $(-4;0)$
G : $(0;-4)$	N : $(0;5)$

EXERCICE 2 : construire dans le repère (O ; I, J) ci-dessous les points dont les coordonnées sont :

A : $(2;-3)$	H : $(0;-2)$
B : $(3;-1)$	K : $(2;5)$
C : $(-1;2)$	L : $(-3;1)$





D : $(-1;-3)$	M : $(5;0)$
E : $(4;4)$	N : $(4;0)$
F : $(-4;-2)$	P : $(-1;0)$
G : $(0;3)$	Q : $(-2;0)$

8. Divers

EXERCICE 1 : compléter le tableau.

	$f(x)=3x^2+5x-7$	$g(x)=-x^2+2x-3$	$h(x)=x^2-3x$	$k(x)=\frac{x^2}{2}-x+\frac{1}{2}$
a = Coefficient de x^2	3	-1	1	$\frac{1}{2}$
b = Coefficient de x	5	2	-3	-1
c = Terme constant	-7	-3	0	$\frac{1}{2}$
$\Delta=b^2-4ac$	$\Delta=5^2-4\times3\times(-7)$ $\Delta=109$	$\Delta=2^2-4\times(-1)\times(-3)$ $\Delta=-8$	$\Delta=(-3)^2-4\times1\times0$ $\Delta=9$	$\Delta=(-1)^2-4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$ $\Delta=0$
L'image de -1	$f(-1)=3(-1)^2+5(-1)-7$ $f(-1)=3-5-7=-9$	$g(-1)=-(-1)^2+2(-1)-3$ $g(-1)=-1-2-3=-6$	$h(-1)=(-1)^2-3(-1)$ $h(-1)=1+3=4$	$k(-1)=\frac{(-1)^2}{2}-(-1)+\frac{1}{2}$ $k(-1)=\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}=2$
L'image de 0	$f(0)=3\times0^2+5\times0-7$ $f(0)=-7$	$g(0)=-0^2+2\times0-3$ $g(0)=-3$	$h(0)=0^2-3\times0=0$	$k(0)=\frac{0^2}{2}-0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$
L'image de 2	$f(2)=3\times2^2+5\times2-7$ $f(2)=12+10-7=15$	$g(2)=-2^2+2\times2-3$ $g(2)=-4+4-3=-3$	$h(2)=2^2-3\times2$ $h(2)=4-6=-2$	$k(2)=\frac{2^2}{2}-2+\frac{1}{2}$ $k(2)=2-2+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

EXERCICE 2 :

Soit la fonction $f : x \to \dfrac{3x^2-5x+1}{5-x^2}$. Déterminer son ensemble de définition et compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide de la calculatrice.

Que remarque-t-on ?

Soit x un réel,

$f\left(x\right)$ existe si et seulement si $5-x^2 \neq 0$

Or :

$$5-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=5$$
$$\Leftrightarrow x=\sqrt{5} \text{ ou } x=-\sqrt{5}$$

ainsi l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}\backslash\left\{\sqrt{5};-\sqrt{5}\right\}$.

x	$f\left(x\right)$ à 10^{-3} près	x	$f\left(x\right)$ à 10^{-3} près
10	$-2,642$	-10	$-3,695$
100	$-2,952$	-100	$-3,052$
1000	$-2,995$	-1000	$-3,005$
10^4	-3	-10^4	$-3,001$

Conjectures :
Plus x est grand, plus $f(x)$ est proche de -3 par valeurs supérieures a priori aussi proche que l'on veut.
Plus x est petit, plus $f(x)$ est proche de -3 par valeurs inférieures a priori aussi proche que l'on veut.
Attention, $f\left(10^4\right)$ n'est pas égal à -3 car l'équation $f\left(x\right)=-3$ a pour solution $\dfrac{16}{5}$.

FIN