
LIVRET DE LIAISON
PREMIÈRE GÉNÉRALE – TERMINALE GÉNÉRALE
(SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES OU MATHÉMATIQUES
COMPLÉMENTAIRES)

Table des matières

I	Fiche 1 – Calcul littéral	2
II	Fiche 2 – Dérivation	4
III	Fiche 3 – Étude de fonction	6
IV	Fiche 4 – Suites numériques	8
V	Fiche 5 – Probabilités	10
VI	Fiche 6 – Vecteurs	12
VII	Fiche 7 – Produit scalaire	13
VIII	Fiche 8 – Géométrie dans l'espace	14
IX	Fiche 9 – Fonctions trigonométriques	16
X	Fiche 10 – Fonction exponentielle	17
XI	Fiche 11 – Algorithmique	19



I Fiche 1 – Calcul littéral



Prérequis :

- ✗ Forme canonique d'un polynôme du second degré.
- ✗ Équations et inéquations du second degré.
- ✗ Racine carrée et valeur absolue d'un nombre.
- ✗ Réduction au même dénominateur d'une expression.
- ✗ Symbole Σ .

Exercice 1 :

Les deux questions sont indépendantes.

- 1) Compléter avec des nombres en rajoutant des étapes :

$$\text{Pour tout } x \text{ réel, on a : } 3x^2 - 4x + 2 = 3 \left((x - \dots)^2 - \dots \right) + 2 = 3(x - \dots)^2 + \dots$$

- 2) À l'aide d'une méthode analogue, compléter avec des nombres :

Pour tous réels x et y , on a :

$$3x^2 - 4x + 3y^2 + 6y - 8 = 0 \iff \dots \iff (x - \dots)^2 + (y - \dots)^2 = \dots$$

En déduire que l'ensemble des points $\mathcal{M}(x; y)$ du plan muni d'un repère orthonormé vérifiant l'équation $3x^2 - 4x + 3y^2 + 6y - 8 = 0$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 :

Les quatre questions sont indépendantes.

Résoudre dans \mathbb{R} les équations ou inéquations suivantes :

a) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{12} = 0$;

b) $x^4 - x^2 - 12 = 0$;

c) $\frac{6}{2x+1} \leq 4x - 1$;

d) $(4 - 2x^2)(2x - 1) > 0$.

Exercice 3 :

On veut déterminer un encadrement de l'expression $\blacktriangle = \frac{1}{5-x^2}$ pour $x \in [-1; 2]$.

- 1) Justifier les étapes suivantes :

$$-1 \leq x \leq 2 \quad \text{donc} \quad \dots \leq x^2 \leq \dots \quad \text{car}$$

$$\text{donc} \quad \dots \leq -x^2 \leq \dots \quad \text{car}$$

$$\text{donc} \quad \dots \leq 5 - x^2 \leq \dots \quad \text{car}$$

$$\text{donc} \quad \dots \leq \frac{1}{5-x^2} \leq \dots \quad \text{car}$$

- 2) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{5-x^2}$, puis étudier ses variations et retrouver l'encadrement obtenu à la question précédente.

Exercice 4 :

Les quatre questions sont indépendantes.

- 1) Exprimer les trois écritures fractionnaires suivantes sans racine carrée au dénominateur :

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$;

b) $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$;

c) $\frac{1-2\sqrt{5}}{5+3\sqrt{5}}$.

- 2) Les deux propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

a) $\sqrt{-x}$ n'est défini que pour $x = 0$.

b) $\sqrt{|-x|}$ est défini pour tout x de \mathbb{R} .

- 3) Soit $\Delta(x) = \frac{x - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.
- Pour quelles valeurs de x , cette expression est-elle définie ?
 - Prouver que, pour tout x de l'ensemble de définition, $\Delta(x) = \sqrt{x} - 2$.
- 4) a) Simplifier $\sqrt{x^2}$ en utilisant les valeurs absolues.
- Quel est l'ensemble de définition des expressions suivantes : $\sqrt{x^2}$, $(\sqrt{x})^2$ et x ?
 - L'égalité $x - 2\sqrt{x^2} = -x$ est-elle vraie pour tout x réel ?
 - Donner la valeur de $x - 2\sqrt{x^2}$ suivant les valeurs de x .

Exercice 5 : ☀️ 🖨️

On considère l'expression suivante :

$$\Delta = \sum_{k=i}^{20} \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{20^2}.$$

- Soit k un entier tel que $k \geq 2$.
Justifier que l'on a : $\frac{1}{k^2} \leq \frac{1}{k(k-1)}$ et démontrer l'égalité : $\frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$.
- Soit $B = \sum_{k=2}^{20} \frac{1}{k(k-1)}$.
Montrer que $B = 1 - \frac{1}{20}$.
- En déduire que $\sum_{k=i}^{20} \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{20}$.
- Élaborer un algorithme avec une boucle « Pour » qui permet de calculer $\sum_{k=i}^{20} \frac{1}{k^2}$ et le programmer sur la calculatrice ou sur Python.
Donner la valeur affichée en sortie avec toutes les décimales obtenues. Vérifier le résultat trouvé au 3).
- On considère maintenant l'expression suivante définie sur \mathbb{N}^* par :

$$\sum_{k=i}^n \frac{1}{k^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}.$$

Prouver, en utilisant une démarche analogue, que $\sum_{k=i}^n \frac{1}{k^2} \leq 2$.

II Fiche 2 – Dérivation



Prérequis :

- ✗ Être capable d'établir le tableau de signes de quantités du premier ou du second degré et de leur produit ou quotient.
- ✗ Connaître la dérivée des fonctions de référence, en particulier les dérivées de $x \mapsto x^n$ (avec n dans \mathbb{Z}), $x \mapsto \frac{1}{x}$ et $x \mapsto \sqrt{x}$.
- ✗ Connaître les formules de dérivation d'un produit et d'un quotient.
- ✗ Connaître la formule de dérivation d'une composée du type $x \mapsto g(ax + b)$ où g est une fonction dérivable.
- ✗ Être à l'aise avec le calcul littéral et, en particulier, la factorisation.
- ✗ Enfin, toujours garder en tête que l'on calcule une dérivée pour obtenir son signe ainsi que les réels pour lesquels elle s'annule. Il faudra donc le plus souvent chercher à factoriser le résultat. Dans un calcul de dérivation, on ne développe qu'à une seule condition : lorsque la factorisation n'est pas possible!

Exercice 1 :

Pour chaque fonction ci-dessous, calculer la fonction dérivée sur \mathbb{R} et établir le tableau de variation de la fonction.

a) $f(x) = 2x^3 - 6,5x^2 + 5x + 7$; b) $f(x) = (x^2 + 1)(6x^2 - 10)$; c) $f(x) = \frac{4x + 1}{2x^2 + 1}$.

Exercice 2 :

Pour chaque fonction ci-dessous, préciser son ensemble de définition et de dérivabilité puis calculer la fonction dérivée sur son ensemble de dérivabilité.

a) $f(x) = \sqrt{4x - 1}$ b) $f(x) = (3x - 5)^{-6}$; c) $f(x) = (2 - 7x)^3$.

Exercice 3 :

On considère la fonction f définie sur $]-\infty; 0[$ par $f(x) = x + 1 + \frac{2}{x}$.

Les affirmations ci-dessous sont-elles exactes ? Justifier vos réponses.

- 1) La fonction f admet un maximum sur $]-\infty; 0[$ égal à $-\frac{3}{2}\sqrt{2} + 1$.
- 2) Pour tout x de $]-\infty; -2]$, on a : $f(x) \geq -2$.
- 3) La fonction f est strictement croissante sur $]-\infty; -1,41[$.




Exercice 4 :

On souhaite fabriquer un aquarium (sans couvercle) de base carrée pour contenir des poissons rouges.

Il faut un volume de $13,5 \text{ m}^3$ (soit $13\,500 \text{ cm}^3$) pour que les poissons soient heureux.

On cherche à déterminer les dimensions de l'aquarium afin d'utiliser le moins de matériel possible.

- 1) On note x la longueur, en cm , d'un côté de la base.
Quelles sont les valeurs possibles pour x ?
Donner l'expression de la hauteur h de l'aquarium en fonction de x .
- 2) Soit $\mathcal{A}(x)$ la somme des aires de toutes les faces de cette boîte.
Exprimer $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x .
- 3) Pour tout x de l'ensemble de définition, calculer $\mathcal{A}'(x)$ et montrer que $\mathcal{A}'(x) = \frac{2(x - 30)(x^2 + 30x + 900)}{x^2}$.
- 4) Établir le tableau de variation de \mathcal{A} sur son ensemble de définition.
- 5) Déterminer les dimensions de l'aquarium qui permettent d'obtenir une aire minimale.
Quelle sera alors cette aire ?

Exercice 5 :   

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ telle que $f(1) = 0$ et $f'(x) = \frac{1}{x}$.

L'objet de cet exercice est de construire une représentation approchée de la fonction f sur l'intervalle $[1; 2]$ en utilisant la méthode d'Euler.

Partie A : Présentation de la méthode

L'idée de Leonhard Euler (1707–1783) est assez simple. S'il connaît la valeur de la fonction en un point et l'expression de la dérivée de la fonction f alors il est possible de calculer une valeur approchée de la fonction en utilisant son taux d'accroissement.

- ⊗ **Première étape :** On connaît la valeur de la fonction en un nombre x_0 et $\blacktriangle_0(x_0; f(x_0))$ est un point de la courbe de f .

La fonction étant dérivable en x_0 , on a : $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$.

Donc, si h est « suffisamment petit », on peut écrire l'approximation suivante :

$$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + h \times f'(x_0).$$

On définit alors un nouveau point \blacktriangle_1 de coordonnées $\begin{cases} x_1 = x_0 + h \\ y_1 = f(x_0) + h \times f'(x_0) \end{cases}$ qui est une « bonne » approximation du point de la courbe de f d'abscisse $x_0 + h$.

- ⊗ **Seconde étape :** On réitère le procédé ci-dessus en utilisant les valeurs de x_i et y_i pour obtenir un nouveau point $\blacktriangle_2(x_2; y_2)$.
- ⊗ **Troisième étape :** Il est alors possible de construire une suite de points $(\blacktriangle_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont les coordonnées sont définies par les suites telles que, pour tout n de \mathbb{N} :
 - $\blacktriangle_n(x_n; y_n)$;
 - $x_0 \in \mathbb{R}; y_0 \in \mathbb{R}$ et on sait que : $y_0 = f(x_0)$;
 - $x_{n+1} = x_n + h$ et $y_{n+1} = y_n + h \times f'(x_n)$.

- ⊗ **Quatrième étape :** Les segments $[\blacktriangle_0 \blacktriangle_1], [\blacktriangle_1 \blacktriangle_2], \dots$ forment alors une représentation approchée de f . Bien sûr, cette représentation dépend du nombre h choisi qui est appelé « pas de la méthode d'Euler ».

Partie B : Utilisation de la méthode

- 1) En utilisant l'approximation d'Euler avec un pas de 0,2; vérifier que $f(1,2) \approx 0,2$ et que $f(1,4) \approx 0,37$.
- 2) Compléter le tableau ci-dessous traduisant la méthode d'Euler appliquée sur l'intervalle $[1; 2]$ avec un pas de 0,2.

x	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$f'(x)$						
$f(x)$						

- 3) Quelle valeur approchée de $f(2)$ obtient-on ?
 À l'aide de votre calculatrice, calculer $\ln(2)$. (Il faut chercher la touche « \ln » sur le clavier).
 Que constate-t-on ?
On vient d'obtenir, avec des méthodes de Première, une valeur approchée de la fonction logarithme népérien qui sera étudiée en détail en Terminale.
- 4) Dans un repère orthogonal, tracer la ligne brisée $\blacktriangle_0 \blacktriangle_1 \blacktriangle_2 \blacktriangle_3 \blacktriangle_4 \blacktriangle_5$.
- 5) Écrire un algorithme permettant de réaliser l'approximation d'Euler en demandant à l'utilisateur de choisir le pas h de la méthode.
 Tester votre algorithme avec un pas de 0,1 puis de 0,05. Noter les valeurs approchées obtenues pour $f(2)$.

III Fiche 3 – Étude de fonction



Prérequis :

- ✗ Savoir déterminer la dérivée d'une fonction ainsi que son signe.
- ✗ Savoir déterminer l'équation réduite d'une tangente en un point.
- ✗ Connaître le calcul littéral et, en particulier, la factorisation.

Exercice 1 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ de courbe représentative \mathcal{C} .

- 1) Déterminer l'équation réduite de la tangente \mathcal{T}_i à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 1.
- 2) On cherche, à présent, à étudier la position relative de la courbe \mathcal{C} et de sa tangente \mathcal{T}_i .
 - a) Soit P le polynôme défini sur \mathbb{R} par $P(x) = -x^3 - 2x^2 + 7x - 4$.
Calculer $P(-4)$.
 - b) Déterminer les réels a , b et c tels que, pour tout x réel, on ait : $P(x) = (x + 4)(ax^2 + bx + c)$.
 - c) En déduire le signe de $P(x)$ sur \mathbb{R} .
 - d) Conclure.

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-x^3 + 5x}{x^2 + 3}$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 1 cm.

- 1) Tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'écran de votre calculatrice.
 - a) Quelle propriété géométrique pouvez-vous conjecturer ?
 - b) **Prouver cette conjecture.**
- 2) Pour tout x réel, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{(x^2 + 15)(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^2}$.
- 3) Établir le tableau de variation de la fonction f sur \mathbb{R}^+ .
- 4) On note \mathcal{T}_0 la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.
 - a) Vérifier que $\mathcal{T}_0 : y = \frac{5}{3}x$.
 - b) Déterminer le signe de l'expression $f(x) - \frac{5}{3}x$ suivant les valeurs de x .
 - c) En déduire la position relative de la courbe \mathcal{C} par rapport à sa tangente \mathcal{T}_0 .
On dit que le point d'abscisse 0 est un point d'inflexion pour la courbe de f .
- 5)
 - a) Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x réel, on ait : $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 + 3}$.
 - b) On considère à présent la droite $\mathcal{D} : y = -x$.
Étudier la position relative de la courbe \mathcal{C} et de la droite \mathcal{D} .
 - c) À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant (on arrondira les résultats à 10^{-4} près) :

x	10	100	1 000	10 000
$\frac{8x}{x^2 + 3}$				

Quelle conjecture graphique peut-on faire au vu de ces résultats ?

On dit que la droite \mathcal{D} est une asymptote oblique à la courbe de f en $+\infty$.

- 6) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.
- 7) En utilisant tous les renseignements obtenus aux questions précédentes, construire avec précision \mathcal{C} , \mathcal{T}_0 et \mathcal{D} dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (Ne pas oublier les tangentes horizontales...)

Exercice 3 : 

Un producteur de cinéma souhaite promouvoir son film *Knight of Badassdom*.

Une étude statistique permet d'établir que la probabilité qu'une personne prise au hasard en connaisse le nom après x semaines est donnée par la fonction $p(x) = \frac{3x}{4x+3}$ définie pour x réel positif.

1) Calculer $p(3)$.

En déduire la probabilité qu'une personne prise au hasard ne connaisse pas le nom du film après trois semaines de publicité.

2) Combien faudra-t-il de semaines pour que la probabilité qu'une personne prise au hasard connaisse le nom du film soit de 0,5?

3) Étude approfondie de la fonction p sur $[0; +\infty[$:

a) Étudier les variations de la fonction p sur son intervalle de définition.

b) Déterminer l'équation réduite de la tangente \mathcal{T}_3 à la courbe de p au point d'abscisse 3.

c) On considère la droite $\mathcal{D} : y = \frac{3}{4}$.

Étudier la position relative de cette droite et de la courbe \mathcal{C} de p .

d) À l'aide de votre calculatrice, compléter le tableau suivant (on arrondira les résultats à 10^{-4} près) :

x	0	10	100	1 000	10 000
$p(x) - \frac{3}{4}$					

On dit que la droite \mathcal{D} est une asymptote horizontale à la courbe de p en $+\infty$.

e) Tracer la courbe \mathcal{C} ainsi que la droite \mathcal{D} et la tangente \mathcal{T}_3 dans un repère orthogonal.

On prendra 1 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 10 cm pour unité sur l'axe des ordonnées.

f) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour que la probabilité passe de 0,6 à 0,7.

g) Le directeur marketing désire que 80 % de la population connaisse son film.

A-t-il une chance de voir son souhait se réaliser ?

IV Fiche 4 – Suites numériques



Prérequis :

- ✗ Suites arithmétiques.
- ✗ Suites géométriques.
- ✗ Sens de variation d'une suite.
- ✗ Somme de termes consécutifs d'une suite.
- ✗ Algorithmes.

Exercice 1 :

On considère une suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = 3$.

- 1) Pour tout n de \mathbb{N} , exprimer u_n en fonction de n .
- 2) Calculer u_{12} .
- 3) Calculer $S = \sum_{k=0}^{12} u_k$.

Exercice 2 :

On considère une suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

- 1) Pour tout n de \mathbb{N} , exprimer u_n en fonction de n .
- 2) Calculer u_9 .
- 3) Calculer $S = \sum_{k=0}^9 u_k$.

Exercice 3 :

Un globe-trotter a décidé de parcourir 5 000 ~~km~~ à pied.

Il peut, frais et dispo, parcourir 50 ~~km~~ en une journée, mais chaque jour la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de 1 % par jour.

On note d_n la distance parcourue en kilomètres durant le n -ième jour ainsi $d_1 = 50$.

- 1) Calculer les distances d_2 et d_3 .
- 2) Pour tout n de \mathbb{N}^* , exprimer d_{n+i} en fonction de d_n .
En déduire la nature de la suite (d_n) .
- 3) Pour tout n de \mathbb{N}^* , exprimer d_n en fonction de n .
- 4) Pour tout n de \mathbb{N}^* , on note $L_n = d_1 + d_2 + \dots + d_n$, ainsi L_n est la distance totale parcourue en n jours.
Exprimer L_n en fonction de n .
- 5) Conjecturer la limite de la suite (L_n) quand n tend vers $+\infty$.
Le globe-trotter peut-il parcourir les 5 000 ~~km~~ prévus?

Exercice 4 :

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 6$ et pour tout n de \mathbb{N} , $u_{n+i} = \frac{1}{3}u_n - 2$.

Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = u_n + 3$.

- 1) Calculer, à la main, les quatre premiers termes de chaque suite.
- 2) Montrer que la suite (v_n) est géométrique.
- 3) En déduire, pour tout n de \mathbb{N} , l'expression de v_n en fonction de n puis celle de u_n en fonction de n .
- 4) Déterminer le huitième terme de la suite (u_n) .

Exercice 5 : ☀

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et pour tout n de \mathbb{N} , $u_{n+i} = \frac{2u_n}{2 + 3u_n}$.

On admet que, pour tout n de \mathbb{N} , $u_n \neq -\frac{2}{3}$ et $u_n \neq 0$.

On considère alors la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par $v_n = 1 + \frac{2}{u_n}$.

- 1) Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique.

- 2) a) Pour tout n de \mathbb{N} , exprimer v_n en fonction de n .
 b) Justifier que, pour tout n de \mathbb{N} , $v_n \neq 1$.
 c) En déduire que, pour tout n de \mathbb{N} , $u_n = \frac{2}{3n+2}$.
- 3) Étudier les variations de la suite (u_n) .
- 4) a) Déterminer le plus petit entier n_0 tel que, pour tout entier $n \geq n_0$, on ait : $u_n < 0,01$.
 b) Un des trois algorithmes ci-dessous permet de retrouver ce résultat.
 Le retrouver en justifiant votre réponse.

Algorithme 1	Algorithme 2	Algorithme 3
$N \leftarrow 0$ $C \leftarrow 1$ Tant que $C < 0,01$ $N \leftarrow N + 1$ $C \leftarrow \frac{2}{2+3N}$ Fin Tant que Afficher N	$N \leftarrow 0$ $C \leftarrow 1$ Tant que $C \geq 0,01$ $N \leftarrow N + 1$ $C \leftarrow \frac{2}{2+3N}$ Fin Tant que Afficher N	$N \leftarrow 0$ $C \leftarrow 0,4$ Tant que $C \geq 0,01$ $N \leftarrow N + 1$ $C \leftarrow \frac{2}{2+3N}$ Fin Tant que Afficher N

Exercice 6 : ☀

Pour améliorer vos vacances, je vous propose de vous donner 2 500 euros par jour pendant 14 jours.

En contrepartie, je vous demande peu de choses :

- ◇ Le 1^{er} jour, vous me donnez 3 centimes.
- ◇ Le 2^{ème} jour, vous me donnez 9 centimes.
- ◇ Le 3^{ème} jour, 27 centimes, le 4^{ème} jour, 81 centimes... et vous triplez chaque jour la somme du jour qui précède, et ainsi de suite pendant 14 jours.

Êtes-vous assez fou pour refuser mon offre? Justifier la réponse.

V Fiche 5 – Probabilités



Prérequis :

- ✗ Probabilités conditionnelles.
- ✗ Événements indépendants.
- ✗ Variable aléatoire.
- ✗ Paramètres d'une variable aléatoire de dispersion : espérance, variance, écart type.

Exercice 1 :

Un centre de vacances pour adolescents propose deux activités : équitation et tir à l'arc.

Les adolescents peuvent s'inscrire à une, deux ou aucune activité(s) : 73 % choisissent de s'inscrire à l'équitation ; 66 % au tir à l'arc et, parmi ces derniers, 75 % se sont inscrits aux deux activités.

On choisit un adolescent au hasard et on note les événements E : « l'adolescent fait de l'équitation » et \mathcal{T} : « l'adolescent fait du tir à l'arc ».

- 1) À l'aide des notations mathématiques, traduire en probabilités, avec les événements E et \mathcal{T} , les informations données dans l'énoncé.
- 2) Recopier et compléter le tableau ci-dessous, en pourcentages.

	E	\bar{E}	Total
\mathcal{T}			
$\bar{\mathcal{T}}$			
Total			100

- 3) Jeanne est inscrite à l'équitation. Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'elle ne fasse pas de tir à l'arc ?
- 4) Riadh n'est pas inscrit à l'équitation. Quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il fasse du tir à l'arc ?

Exercice 2 :

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs.

Parmi les 1 200 personnes qui ont répondu au sondage, 48 % affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B. On suppose qu'il n'y a pas de vote nul ni de vote blanc.

Compte tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10 % des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat B, tandis que 20 % des personnes déclarant vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et votent en réalité pour le candidat A.

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage et on note \mathcal{A} l'événement : « la personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A », B l'événement : « la personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B » et V l'événement : « la personne interrogée dit la vérité ».

- 1) Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.
- 2) a) Déterminer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.
b) Sachant que la personne interrogée dit la vérité, déterminer la probabilité arrondie à 10^{-3} près qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A.
- 3) Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote pour le candidat A est 0,536.

Exercice 3 :

Jeanne prend son parapluie pour se rendre au travail un jour sur dix.

Elle a remarqué que lorsqu'elle avait son parapluie, il pleuvait dans 80 % des cas, et, lorsqu'elle ne l'avait pas, il pleuvait dans 15 % des cas.

Les événements \mathcal{A} : « Jeanne prend son parapluie » et B : « Il pleut » sont-ils indépendants ?

Exercice 4 :

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher : deux vertes et trois rouges.

On note V l'événement « la boule tirée est verte ».

Les parties A , B et C sont indépendantes.

Partie A :

On tire successivement deux boules en remettant la première boule dans l'urne après le premier tirage.

- 1) On note \mathcal{N} la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire \mathcal{N} .
- 2) Déterminer l'espérance mathématique de \mathcal{N} .
- 3) Un joueur mise 3 €. Il gagne 2 € par boule verte tirée. On note \mathcal{V} la variable aléatoire égale au bénéfice du joueur.
 - a) Exprimer \mathcal{V} en fonction de \mathcal{N} .
 - b) Exprimer $E(\mathcal{V})$ en fonction de $E(\mathcal{N})$. En déduire la valeur de $E(\mathcal{V})$.
Le jeu est-il favorable au joueur ?
 - c) Quel devrait être le montant gagné pour chaque boule verte pour que le jeu soit équitable ?

Pour cette question 3), on sera amené à utiliser la propriété suivante qui est démontrée dans le livret de correction :

Propriété :

Soit \mathcal{N} une variable aléatoire et soient a et b deux réels.

On a : $E(a\mathcal{N} + b) = aE(\mathcal{N}) + b$.

Partie B :

On tire maintenant simultanément deux boules dans l'urne. On assimile alors ce tirage à un tirage de deux boules sans remise.

Soit Z la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes figurant dans le tirage.



Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire Z .

Partie C :

On tire une boule. Si on obtient une verte, on arrête; sinon on tire une autre boule parmi les restantes. On recommence ainsi, tant qu'on n'obtient pas une verte.

On note \mathcal{A} la variable aléatoire qui associe le rang d'arrivée de la première boule verte.

Déterminer la loi de probabilité de \mathcal{A} .

Exercice 5 :  

On s'intéresse au jeu de la roulette.

On réalise une mise simple.

On a donc une chance sur 37 de gagner et, dans ce cas, on remporte 35 fois la mise plus la mise.

On suit la méthode suivante :

- ◇ On mise un euro.
- ◇ Si on gagne, on s'arrête.
- ◇ Si on perd, on recommence, en doublant la mise.
- ◇ On s'arrête au premier tirage gagnant.

- 1) Écrire un algorithme permettant de simuler cette façon de jouer.
Faire afficher le nombre de parties jouées, la somme totale mise et le gain global.
- 2) Le programmer sur Python ou sur votre calculatrice. Exécuter le programme plusieurs fois.
Que penser de cette méthode ?

VI Fiche 6 – Vecteurs



Prérequis :

- ✗ Condition de colinéarité de deux vecteurs.
- ✗ Vecteurs directeurs et normaux d'une droite. Équations cartésiennes d'une droite.
- ✗ Résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.
- ✗ Expression d'un vecteur du plan en fonction de deux vecteurs non colinéaires.

Exercice 1 :

Soit $\triangle ABCD$ un parallélogramme.

Soient E le point tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ et F le point tel que $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que $\overrightarrow{CF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.
- 3) Exprimer le vecteur \overrightarrow{CE} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AD} .
- 4) En déduire que les vecteurs \overrightarrow{CE} et \overrightarrow{CF} sont colinéaires. Que cela signifie-t-il pour les points C , E et F ?

Exercice 2 :

Soient A et B deux points distincts.

On cherche à construire le point M tel que : $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

- 1) Les vecteurs \overrightarrow{MA} et \overrightarrow{MB} sont-ils colinéaires? Ont-ils le même sens? Ont-ils la même norme?
- 2) En utilisant la relation de Chasles, montrer que l'on a l'égalité : $7\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{AB} = \vec{0}$.
- 3) En déduire une expression de \overrightarrow{AM} en fonction \overrightarrow{AB} . Construire le point M .

Exercice 3 :

Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 - \sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 + \sqrt{3} \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires?

Exercice 4 :

Les deux questions de cet exercice sont indépendantes.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) On considère un point $A(-2; 3)$ appartenant à une droite (d) dont le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur.
Déterminer une équation cartésienne de la droite (d) .
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d') parallèle à la droite (d) : $x + 2y - 5 = 0$ et passant par le point $A(0; 1)$.

Exercice 5 :

Les droites d_1 et d_2 ont respectivement pour équation $2x - y + 3 = 0$ et $4x - 7y + 1 = 0$.

Soit m un réel, on considère la droite Δ_m d'équation : $(2m + 1)x + my + 12 = 0$.

Comment choisir le réel m pour que ces trois droites soient concourantes?

Exercice 6 :

On considère la droite d d'équation cartésienne $6x + 5y - 2 = 0$ et le point $A(-1; -2)$.

- 1) Vérifier que le point A n'appartient pas à la droite d .
- 2) Donner un vecteur normal à la droite d .
- 3) En déduire une équation de la droite d' perpendiculaire à la droite d et passant par A .
- 4) En déduire les coordonnées du point H , projeté orthogonal du point A sur la droite d .

VII Fiche 7 – Produit scalaire



Prérequis :

- ✗ Produit scalaire dans le plan.
- ✗ Vecteurs normaux à une droite.
- ✗ Applications du produit scalaire : calculs d'angles, de longueurs et d'équations de droites et de cercles.

Exercice 1 :

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient $A(-1; 2)$ et $B(5; 3)$ deux points du plan.

En utilisant le produit scalaire, déterminer les équations suivantes :

- 1) Équation réduite de la droite \mathcal{D} médiatrice du segment $[AB]$.
- 2) Équation sous la forme $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ du cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$.
En déduire le centre et le rayon.
- 3) Équation cartésienne de la tangente \mathcal{T} en A au cercle de centre O et de rayon OA .

Exercice 2 :

Soit $ABCD$ un carré. Soient BCF et DCE deux triangles équilatéraux extérieurs au carré $ABCD$.

- 1) Faire une figure.
- 2) On se place dans le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD})$.
 - a) Justifier que ce repère est orthonormé.
 - b) Donner les coordonnées des points de la figure dans ce repère.
 - c) Démontrer que les droites (BE) et (AF) sont perpendiculaires.

Exercice 3 :

Soit $ABCD$ un rectangle direct tel que $BC = 1$ et $AB = 3$.

On note E le point de $[CD]$ tel que $DE = 1$.

Le but de cet exercice est de déterminer une valeur approchée d'une mesure de l'angle \widehat{AEB} .

- 1) Faire une figure.
- 2)
 - a) Déterminer les longueurs EA et EB .
 - b) En déduire une expression de $\vec{EA} \cdot \vec{EB}$ en fonction de $\cos(\widehat{AEB})$.
- 3)
 - a) En se plaçant dans un repère orthonormé judicieusement choisi, donner les coordonnées des points A, B, C, D et E .
 - b) En déduire une valeur exacte de $\vec{EA} \cdot \vec{EB}$.
- 4) En déduire, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{AEB} en radian à 10^{-2} près.

Exercice 4 :

Soient $A(1; 2)$ et $B(2; -1)$ deux points du plan.

On cherche à déterminer l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan vérifiant : $\frac{MB}{MA} = 2$.

- 1) Démontrer que $M \in \mathcal{E}$ si et seulement si $MB^2 - 4MA^2 = 0$.
- 2) Démontrer que les coordonnées du point $M(x; y)$ vérifient l'équation $-3x^2 - 3y^2 + 4x + 18y - 15 = 0$.
- 3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de cet ensemble.

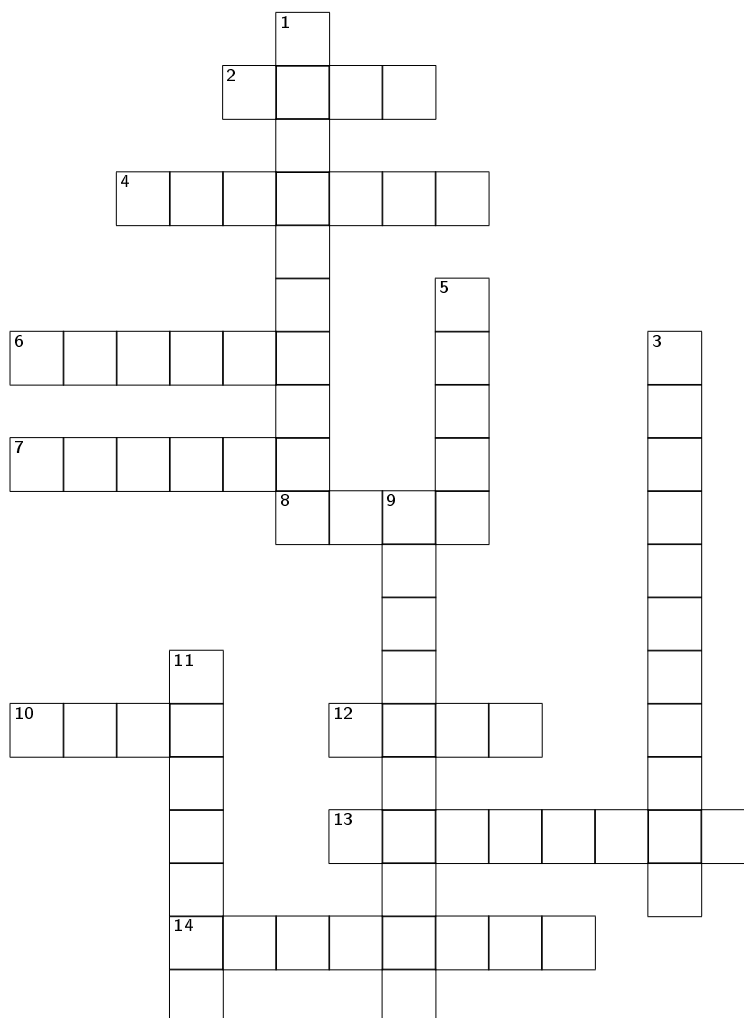
VIII Fiche 8 – Géométrie dans l'espace



Prérequis :

- ✗ Solides usuels étudiés au collège.
- ✗ Positions relatives de droites et de plans de l'espace, parallélisme (programme de Seconde).

Exercice 1 :



Horizontal :

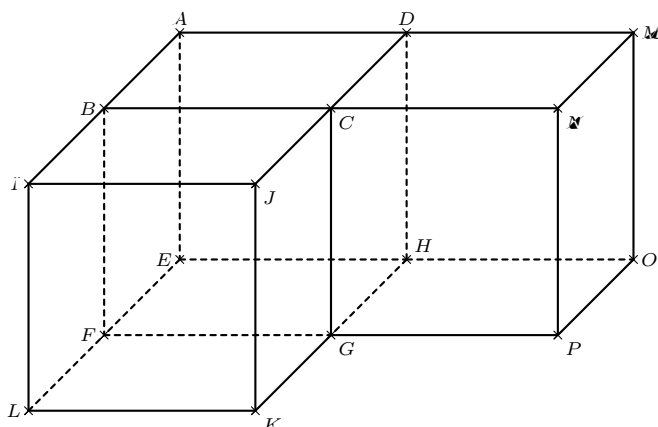
- 2 Pour calculer le volume d'un prisme droit, on multiplie l'aire de la ... par la hauteur.
- 4 Deux plans de l'espace sont soit parallèles soit
- 6 L'intersection de deux plans sécants est une
- 7 L'ensemble des points de l'espace situés à une distance r d'un même point est une
- 8 Dans une pyramide à base hexagonale, il y a ... faces.
- 10 Film fantastique de 1997 de Vincenzo Natali dans lequel un groupe de personnes se retrouve emprisonné.
- 12 Par trois points non alignés de l'espace, il passe un unique
- 13 Deux droites coplanaires sont soit parallèles soit
- 14 Un solide à huit faces est un

Vertical :

- 1 Deux droites parallèles à une même droite sont ... entre elles.
- 3 Deux droites parallèles sont forcément
- 5 Si une droite et un plan sont sécants alors leur intersection est un
- 9 Si \mathcal{P}_3 est un plan sécant avec deux plans parallèles \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 alors l'intersection de \mathcal{P}_3 avec \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 est formée de deux droites
- 11 La ... d'un cylindre par un plan peut-être un disque, une ellipse ou un rectangle.

Exercice 2 :

La figure ci-dessous est constituée de trois cubes identiques.



Partie A :

- 1) Parmi ces droites, une seule n'est pas parallèle à la droite (RM) . Laquelle ?

a) (FC) ;	b) (FD) ;	c) (LJ) ;	d) (DE) .
-------------	-------------	-------------	-------------
- 2) Parmi ces plans, un seul n'est pas parallèle au plan (DBE) . Lequel ?

a) (GLB) ;	b) (MCH) ;	c) (GJL) ;	d) (MJG) .
--------------	--------------	--------------	--------------
- 3) Parmi ces droites, une seule n'est pas orthogonale à la droite (AE) . Laquelle ?

a) (OP) ;	b) (KL) ;	c) (RF) ;	d) (MF) .
-------------	-------------	-------------	-------------

Partie B :

Déterminer, en utilisant deux points de la figure, un représentant de chacune des sommes vectorielles suivantes :

- | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\vec{EF} + \vec{FG}$; | b) $\vec{OR} + \vec{EL}$; | c) $\vec{LF} + \vec{BM}$; |
| d) $\vec{EL} + \vec{GP} + \vec{RD}$; | e) $\vec{MR} + \vec{FL} + \vec{KB}$; | f) $\vec{EC} + \vec{GL} + \vec{MO}$. |

Partie C :

- 1) Dans le plan (ERG) , on considère le repère orthonormé $(E; \vec{ER}, \vec{EG})$.
 Dans ce repère, le point E a pour coordonnées $(0;0)$ et le point P , par exemple, a pour coordonnées $(1;2)$ car : $\vec{EP} = 1 \times \vec{ER} + 2 \times \vec{EG}$.
 Quelles sont les coordonnées des points F , K , G et O ?
- 2) On munit maintenant l'espace du repère orthonormé $(E; \vec{ER}, \vec{EG}, \vec{EA})$.
 Dans ce repère, le point G , par exemple, a pour coordonnées $(1;1;0)$.
 En effet, $\vec{EG} = 1 \times \vec{ER} + 1 \times \vec{EG} + 0 \times \vec{EA}$.
 Pour donner un autre exemple, le point M a pour coordonnées $(1;2;1)$.
 Quelles sont les coordonnées des points C , M , J et I ?

IX Fiche 9 – Fonctions trigonométriques



Prérequis :

- ✗ Le radian.
- ✗ Cercle trigonométrique et enroulement de la droite numérique.
- ✗ Valeurs remarquables du cosinus et du sinus.

Exercice 1 :

- 1) Tracer le cercle trigonométrique \mathcal{C} dans un repère $(O; I, J)$ en prenant pour unité 4 cm .
- 2) Placer les points suivants sur le cercle trigonométrique, images des nombres donnés :

a) $A \left(\frac{5\pi}{6} \right);$ b) $B \left(-\frac{2\pi}{3} \right);$ c) $C \left(\frac{13\pi}{6} \right);$ d) $D \left(-\frac{28\pi}{3} \right);$
 e) $E \left(-\frac{5\pi}{3} \right);$ f) $F \left(\frac{17\pi}{6} \right);$ g) $G \left(\frac{31\pi}{4} \right);$ h) $H (-27\pi).$

Exercice 2 :

Calculer chaque expression sans utiliser la calculatrice. Donner si nécessaire le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right);$ b) $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right);$
 c) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right);$ d) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos(\pi).$

Exercice 3 :

On considère un réel x tel que : $\sin(x) = \frac{3}{7}$ et $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

- 1) Placer le point M associé au réel x sur le cercle trigonométrique.
- 2) Déterminer la valeur exacte de $\cos(x)$.
- 3) Donner un arrondi de x à $0,01$ radian près.

Exercice 4 :

Soit x un nombre réel.

Démontrer que :

a) $(\cos(x) + \sin(x))^2 + (\cos(x) - \sin(x))^2 = 2;$ b) $\sin^4(x) + 2\sin^2(x)\cos^2(x) + \cos^4(x) = 1;$
 c) $\cos^4(x) - \sin^4(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x).$

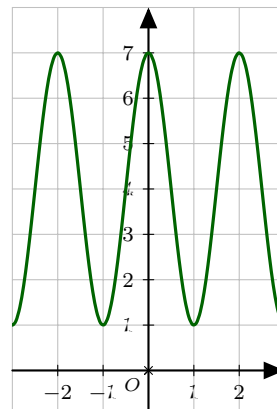
Exercice 5 :

- 1) Tracer le cercle trigonométrique puis placer les points A et B de ce cercle d'abscisse $\frac{1}{2}$.
- 2) Déterminer les réels x de l'intervalle $[0; 2\pi[$ tels que $\cos(x) = \frac{1}{2}$.
- 3) Déterminer les réels x de l'intervalle $[0; 2\pi[$ tels que $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$.

Exercice 6 :

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 4 + 3\cos(\pi x)$ dont on donne ci-contre la courbe représentative \mathcal{C}_g .

- 1) Par lecture graphique, conjecturer la parité et la périodicité de g ainsi qu'un encadrement le plus précis possible par deux entiers de $g(x)$ pour tout x réel.
- 2) Démontrer ces conjectures.



X Fiche 10 – Fonction exponentielle



Prérequis :

- ✗ Transformer une expression en utilisant les propriétés algébriques de la fonction exponentielle.
- ✗ Savoir déterminer la dérivée d'une fonction ainsi que son signe.
- ✗ Savoir résoudre des équations et des inéquations dans lesquelles interviennent des exponentielles.

Exercice 1 :

Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants où x désigne un nombre réel.

a) $A = e^{3x} \times e^{-4x}$; b) $B = \frac{1}{(e^{-x})^6}$; c) $C = \frac{e^{3-2x} \times (e^x)^5}{e^{x-2}}$;

d) $D = (e^x)^5 \times e^{-x}$; e) $E = \frac{e^{2x-5}}{e^{2x-7}}$; f) $F = \frac{e \times e^{2x-1}}{2e^{-x-2}}$.

Exercice 2 :

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée sur \mathbb{R} .

a) $f(x) = x e^x + 3x - 1$; b) $g(x) = (x^2 + 2x - 1) e^x$;

c) $h(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$; d) $k(x) = (2x + 1) e^{-2x}$.

Exercice 3 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

a) $e^{2x} = 1$; b) $\frac{e^{3x-1}}{e^{4x+4}} = e^{-x+2}$; c) $e^{x^2} = e^{x-3}$;

d) $e^x (e^x - 1) = 0$; e) $x e^{2x+1} = x$; f) $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$.

Exercice 4 :

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

a) $e^{x-2} < 1$; b) $e^{-3x-1} - e^{x+5} \leq 0$; c) $e^{-x^2-3x+5} > e$.

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x + 1 + x e^{-x}$.

On note \mathcal{C}_f sa représentation dans un repère du plan.

- 1) Soit g la fonction définie par $g(x) = e^x - x + 1$.
 - a) On note g' la dérivée de g . Exprimer, pour tout x réel, $g'(x)$.
 - b) Étudier les variations de la fonction g sur \mathbb{R} .
 - c) En déduire le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R} .
- 2)
 - a) Démontrer que, pour tout x réel, on a : $f'(x) = e^{-x} g(x)$.
 - b) Étudier les variations de la fonction f sur \mathbb{R} .
- 3) Déterminer l'équation réduite de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.

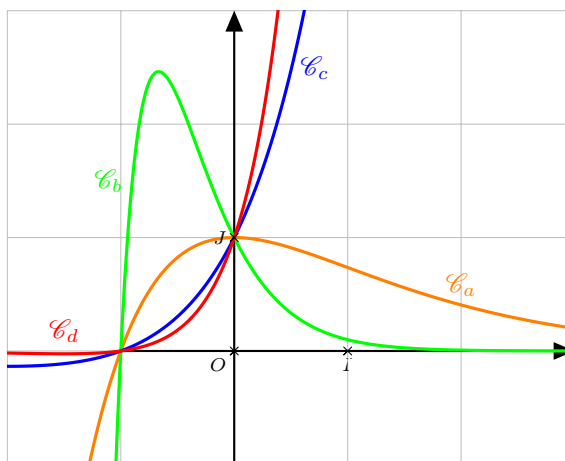
Exercice 6 : ☀

Pour tout entier k , on note f_k la fonction définie sur \mathbb{R} par $f_k(x) = (x + 1) e^{kx}$.

On note \mathcal{C}_k la courbe représentative de la fonction f_k .

- 1) Vérifier que, pour tout entier k , les points $A(-1; 0)$ et $B(0; 1)$ appartiennent à la courbe \mathcal{C}_k .
- 2)
 - a) Étudier, suivant les valeurs de x , le signe de l'expression : $(x + 1) (e^x - 1)$.
 - b) En déduire, pour un entier k donné, les positions relatives des courbes \mathcal{C}_k et \mathcal{C}_{k+1} .
- 3)
 - a) Calculer $f'_k(x)$ pour tout x réel et pour tout entier k non nul.
 - b) En déduire le sens de variation de la fonction f_k suivant les valeurs de k non nulles. On distinguera les cas $k > 0$ et $k < 0$.

- 4) Le graphique ci-dessous représente quatre courbes correspondant à quatre valeurs différentes du paramètre k parmi les entiers $-3, -1, 1$ et 2 . Identifier les courbes correspondant à ces valeurs en justifiant la réponse.



XI Fiche 11 – Algorithmique



Prérequis :

- ✗ Affectations.
- ✗ Boucles « Pour » et boucles « Tant que ».
- ✗ Instructions conditionnelles « Si ... alors ... sinon ».

Exercice 1 :

Compléter les algorithmes suivants :

Algorithme 1 : On cherche à résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$).

```
Δ ← b2 - 4ac
Si Δ < 0 alors
  Afficher .....
Sinon
  Si Δ = 0 alors
    x ← .....
    Afficher x
  Sinon
    x ← .....
    y ← .....
    Afficher x
    Afficher y
  Fin Si
Fin Si
```

Algorithme 2 : On travaille avec certaines propriétés des vecteurs.

On considère les points A, B, C et D de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$, $(x_B; y_B)$, $(x_C; y_C)$ et $(x_D; y_D)$ tels que $A \neq B$ et $C \neq D$.

```
s ← .....
t ← .....
u ← .....
v ← .....
Afficher « Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  sont : »
Afficher (s; t)
Afficher « Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{CD}$  sont : »
Afficher (u; v)
Si sv - tu = 0 alors
  Afficher « Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont ..... »
  Afficher « Les droites (AB) et (CD) sont ..... »
Fin Si
Si su + tv = 0 alors
  Afficher « Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont ..... »
  Afficher « Les droites (AB) et (CD) sont ..... »
Fin Si
```

Algorithme 3 : Une équation de cercle.

```
d ← (x - .....)2 + (y - .....)2
Si d ≤ 25 alors
  Si d = 25 alors
    Afficher « Le point M(x; y) appartient au cercle de centre A(1; -2) et de rayon ..... »
  Sinon
    Afficher « Le point M(x; y) appartient ..... »
  Fin Si
Fin Si
```

Exercice 2 :

L'algorithme suivant permet de calculer les 50 premières valeurs de la suite appelée « suite de Syracuse ».

```
Pour p allant de 1 à 50
  Si u est pair alors
    u ← u / 2
  Sinon
    u ← 3u + 1
  Fin Si
  Afficher u
Fin Pour
```

- 1) Démontrer que si, à n'importe quelle étape de l'algorithme, u prend la valeur 1 alors la suite devient cyclique (c'est-à-dire qu'elle produit un cycle de résultats qui se répètent à l'identique indéfiniment).
- 2) Quel sera l'affichage si on entre pour u :
 - a) la valeur 5 ?
 - b) la valeur 30 ?

Exercice 3 :

En janvier, une entreprise agroalimentaire produit de manière industrielle une grande quantité de galettes des rois. On considère que, par erreur, 8 % des galettes produites ne contiennent pas de fève.

Une grande surface commande un échantillon de $n = 200$ galettes issues de cette production.

L'algorithme suivant simule la constitution aléatoire d'un échantillon de 200 galettes.

```
c ← 0
Pour n allant de 1 à 200
  x ← nombre réel aléatoire dans [0; 1[
  Si x < 0,08 alors
    c ← c + 1
  Fin Si
Fin Pour
Afficher c/200
```

- 1) Justifier l'instruction « Si $x < 0,08$ ».
- 2) Quel est le rôle de la variable c ?
- 3) À quoi correspond la valeur affichée à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
- 4) On réalise un très grand nombre de fois cet algorithme. À l'aide de la loi binomiale, indiquer la valeur moyenne de c à laquelle on peut s'attendre.

5) On effectue des modifications et on donne maintenant l'algorithme ci-dessous. Que fait cet algorithme ?

```

c ← 0
n ← 0
Tant que c < 50
    x ← nombre réel aléatoire dans [0; 1[
    Si x < 0,08 alors
        c ← c + 1
    Fin Si
    n ← n + 1
Fin Tant que
Afficher n
    
```

Exercice 4 :

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} .
On donne l'algorithme suivant :

```

h ← 1
Pour l allant de 1 à 5
    d ←  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ 
    Afficher d
    h ←  $\frac{h}{10}$ 
Fin Pour
    
```

l	d	h
1	7	0,1
2	6,1	
3		
4		
5		

- 1) On choisit la fonction définie par $f(x) = x^2$ et on saisit $a = 3$.
 - a) Quelle est la valeur de $f(a)$? Quelle est la valeur de $f(a+h)$ au début de l'algorithme (pour $h = 1$) ?
 - b) Compléter le tableau donné ci-dessus.
 - c) Vers quelle valeur semble tendre d ? Quelle définition donne-t-on à cette valeur ?
 - d) Quel sera, approximativement, le dernier nombre affiché si on choisit $a = 5$?
- 2) L'exécution de cet algorithme, avec une autre fonction et $a = 0$, donne l'affichage ci-dessous. Quelle conjecture pouvez-vous formuler sur cette fonction ?

```

100
316,227 766
1 000
3 162,277 66
10 000
31 622,776 6
Fait
    
```