Livret de liaison
Seconde – Première Générale
(spécialité Mathématiques)

Table des matières

I Fiche 1 – Symboles $\in$, $\notin$, $\cap$, $\cup$

Prérequis :

✗ **Vocabulaire :**

Soient A et E deux ensembles.

Un ensemble A est un **sous-ensemble** de l'ensemble E si tous les éléments de A sont dans l'ensemble E.

On note $A \subset E$ et on lit : « A est inclus dans E ».

Pour dire qu'un élément x appartient à A, on écrit : $x \in A$.

✗ **Vocabulaire :**

Soient A et E deux ensembles tels que $A \subset E$.

L'ensemble noté $\overline{A}$ est l'ensemble de tous les éléments de l'ensemble E qui n'appartiennent pas à l'ensemble A, on l'appelle le **complémentaire de A dans l'ensemble** E et on lit : « A barre ».

Soit x un élément de E, on a : $x \notin A$ si et seulement si $x \in \overline{A}$.

✗ **Vocabulaire :**

Soient A, B et E deux ensembles tels que $A \subset E$ et $B \subset E$.

$A \cup B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A **ou** à B. On l'appelle **la réunion des deux ensembles** A et B et on lit : « A union B ».

$A \cap B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A **et** à B. On l'appelle **l'intersection des deux ensembles** A et B et on lit : « A inter B ».

Remarque : Si $A \cap B = \varnothing$ alors on dit que les deux ensembles sont **disjoints** ou **incompatibles**.

Exercice 1 :
Le tableau ci-dessous donne le nombre de chômeurs (en milliers) selon le sexe et l'âge en 2012.

	Femmes (F)	Hommes (H)	Ensemble
15 ans ou plus (C)	1 361	1 451	2 812
15-24 ans (C_1)	297	361	658
25-49 ans (C_2)	812	816	1 628
50-64 ans (C_3)	250	272	522
65 ans ou plus (C_4)	2	2	4

Source : INSEE, enquête Emploi 2012

1) Combien d'éléments possède l'ensemble F ?
2) Concrètement, dans cet exemple, l'ensemble de tous les éléments étudiés est l'ensemble de tous les ....
   Quel est le nom donné à cet ensemble dans le tableau ? Combien d'éléments possède-t-il ?
   Quel symbole peut-on mettre entre l'ensemble F et l'ensemble C ?
3) $F \cap C_2$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
4) $F \cup C_3$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
5) $\overline{F}$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
6) $\overline{C_1}$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?

Exercice 2 :
Recopier et compléter les pointillés :

1) $3 \ldots \mathbb{N}$; $-3{,}1 \ldots \mathbb{N}$; $\mathbb{N} \ldots \mathbb{R}$; $\sqrt{5} \ldots \mathbb{Q}$.
2) Soit x un nombre compris entre 1 et 2 mais différent de 2 alors $x \ldots [1\,;2[$ et $[1\,;2[\ldots \mathbb{R}$.
3) $[1\,;3[\cap [0\,;2[= \ldots$.
4) $[1\,;3[\cup [0\,;2[= \ldots$.
5) Les deux intervalles $[1\,;3]$ et $[4\,;+\infty[$ sont ....
6) L'ensemble de tous les nombres réels qui ne sont pas strictement supérieurs à 4 est l'intervalle ....

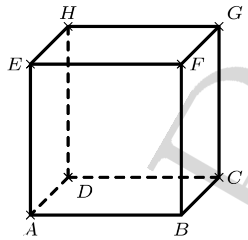
7) Soit x un nombre réel. Si $x \notin [1\,;3[$ alors $x \in \ldots.$
Le complémentaire de l'ensemble $[1\,;3[$ dans $\mathbb{R}$ est donc $\ldots.$

8) Le complémentaire de l'ensemble des réels x tels que $x > -1$ est l'intervalle $\ldots.$

Exercice 3 :

1) Soit $(O\,;I,J)$ un repère du plan.
Soient $\mathscr{D}_1$ la droite d'équation $y = 2x + 1$ et $\mathscr{D}_2$ la droite d'équation $y = -x + 3$.
Soit le point A de coordonnées $(-1\,;-1)$.
   a) Justifier que le point A appartient à $\mathscr{D}_1$. On peut écrire : $A \ldots \mathscr{D}_1$.
   b) De même, $A \notin \mathscr{D}_2$ car $\ldots.$
   c) Déterminer $\mathscr{D}_1 \cap \mathscr{D}_2$.

2) Dans l'espace, on considère le cube ci-dessous. Recopier et compléter les pointillés.



a) $F \ldots (EGB)$.
b) $(FG) \ldots (FBC)$.
c) $(EHB) \cap (ABD) = \ldots.$
d) $(EHB) \cap (FG) = \ldots.$
e) $(HD) \cap (ABC) = \ldots.$

II Fiche 2 – Calcul numérique

Prérequis :

- ✗ Règles de calculs sur les fractions et les puissances.
- ✗ Racine carrée d'un nombre réel positif et règles de calculs sur les racines carrées.

Exercice 1 :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = 2x - 3 + \dfrac{1}{x+1}$.

1) Montrer que, pour tout $x \neq -1$, on a : $f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 2}{x+1}$.
2) Effectuer les calculs d'images suivants. On donnera le résultat sous la forme la plus simple possible.

a) $f\left(\dfrac{2}{3}\right)$; b) $f\left(\sqrt{5}\right)$; c) $f\left(\sqrt{3} - 1\right)$.

Exercice 2 :
Sans utiliser la calculatrice, écrire sous la forme $\dfrac{a}{b}$ ou $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

a) $A = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}$; b) $B = \dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{4} + 3\left(\dfrac{4}{5} - \dfrac{5}{6}\right)$; c) $C = \dfrac{\frac{3}{2} - \frac{7}{5}}{\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} + 1}$.

d) $D = \sqrt{48}$; e) $E = \sqrt{36 + 64}$; f) $F = 5\sqrt{27} - 3\sqrt{48}$;

g) $G = \dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \dfrac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$.

Exercice 3 :
Calculer sans calculatrice et simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \dfrac{a^2(-a)^3\left(-b^2\right)b^5a}{(-b)^4a^5(ab)^2}$ avec $a \neq 0$ et $b \neq 0$; b) $B = \dfrac{16^{25}}{2^{100}}$;

c) $C = \dfrac{a^2 + ab}{b^2 + ab}$ avec $b^2 + ab \neq 0$; d) $D = \sqrt{2^6\left(1 + 2^3\right)}$;

e) $E = \dfrac{\frac{1}{1-\pi} - \frac{1}{1+\pi}}{1 + \frac{1}{\pi^2 - 1}}$.

Exercice 4 :
Écrire sans radical au dénominateur et simplifier les expressions suivantes :

a) $A = \dfrac{3}{\sqrt{5} + 1}$; b) $B = \dfrac{-2}{\sqrt{7} - 2}$; c) $C = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$; d) $D = \dfrac{6 - \sqrt{2}}{4 - \sqrt{2}}$.

Exercice 5 :
Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes.

1) Montrer que : $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{1 + \sqrt{2}}$.
2) Le nombre $\varphi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé le nombre d'or. Montrer que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$.
3) Pour tout n de $\mathbb{N}$, montrer que $\dfrac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.
4) Calculer, sans calculatrice : $\left(\sqrt{12 - 3\sqrt{7}} + \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}\right)^2$.

Exercice 6 :

Définition :
Si x est un nombre réel, on appelle racine cubique de x et on note $\sqrt[3]{x}$, l'unique réel dont le cube est égal à x.

Par exemple, on a : $\sqrt[3]{64} = 4$ et $\sqrt[3]{1\,000} = 10$.

Propriété : (admise)
Pour tous réels a et b, on a :

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}.$$

Soit $\alpha = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$, montrer que $\alpha^3 + 3\alpha - 4 = 0$.

On pourra utiliser l'identité remarquable suivante **après l'avoir démontrée** :
Pour tous réels a et b, on a :

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Exercice 7 :
Calculer sans calculatrice :

a) $A = \dfrac{3^{27} - 3^{29}}{3^{28}}$; b) $B = \dfrac{\left(2^5\right)^3 \times 4^{-5}}{8}$; c) $C = \dfrac{3^{-6} \times 5^5}{\left(5^2\right)^3 \times 3^{-5}}$;

d) $D = \dfrac{8^2 \times 9^{-5}}{3^{-11} \times 2^8}$; e) $E = \dfrac{3^{1\,505} + 3^{1\,505} + 3^{1\,505}}{3^{1\,506}}$.

Exercice 8 :
Soit n un entier naturel.
Factoriser les expressions suivantes :

a) $A = 3 \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^{n+1} - 3 \times \left(\dfrac{2}{5}\right)^{n}$; b) $B = -2 \times 5^{n+1} + 2 \times 5^n$; c) $C = (n+1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n$.

Exercice 9 :
Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $2^n + 2^n = 2^{n+1}$.

Exercice 10 :
Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $12 \times \dfrac{1 - \frac{1}{5^{n+1}}}{1 - \frac{1}{5}} = 15 - \dfrac{3}{5^n}$.

Exercice 11 :
Étudier le signe de $\dfrac{3^{n+1}}{n+1} - \dfrac{3^n}{n}$ où n est un entier naturel non nul.

III Fiche 3 – Pourcentages

Prérequis :

✗ Appliquer un pourcentage, calculer un pourcentage.

Exercice 1 :
Dans un lycée de 1 200 élèves, il y a 700 filles.
Quel est le pourcentage de filles ?

Exercice 2 :
Dans un club de sport, il y a 450 adhérents dont 54 pratiquent le volley-ball.

1) Quel est le pourcentage d'adhérents qui pratiquent le volley-ball ?
2) Quel est le pourcentage d'adhérents qui ne pratiquent pas le volley-ball ?

Exercice 3 :
Vingt-sept pour cent des habitants d'un village de 900 habitants achètent le journal local chaque jour.
Combien d'habitants achètent chaque jour le journal local ?

Exercice 4 :
Trente-cinq pour cent des élèves de Première d'un lycée sont en Première Technologique.
On sait qu'il y a 224 élèves en Première Technologique.
Quel est le nombre d'élèves de Première ?

Exercice 5 :
Il y a 800 élèves au lycée Alfred Hitchcock.
Dans ce lycée,

- 15 % des élèves sont des filles de Première ;
- 48 % des élèves de Première sont des filles ;
- 25 % des filles du lycée sont en Première.

1) Compléter le tableau ci-dessous en écrivant les calculs utiles.

Classe \ Sexe	Filles	Garçons	Total
Premières			
Autres			
Total			800

2) Calculer le pourcentage d'élèves de Première dans ce lycée.

Exercice 6 :
Un commerçant veut revoir sa politique commerciale et avoir une meilleure compréhension du prix de vente des articles mis en vente.

1) Le prix d'un article A augmente de 10 % puis il diminue de 10 %. Son prix final est-il égal à son prix de départ ?
2) Le prix d'un article B augmente de 20 %.
   De quel pourcentage son nouveau prix doit-il baisser pour retrouver son prix initial ? (On demande un résultat avec une décimale de précision.)
3) Le prix d'un article C subit les variations de prix suivantes :
   $+7$ % ; $+15$ % ; -10 % ; -20 % ; $+12$ %
   Quel est le pourcentage global de variations ? (On donnera le résultat avec deux décimales de précision.)

Exercice 7 :
Compléter le tableau suivant :

Prix initial	Prix final	Pourcentage de variation	Coefficient multiplicateur
17 €		$+14$ %	
	120 €	-20 %	
544 €			$0,915$
	11 €		$1,237$
4 €		$+7,3$ %	
123 €	132 €		
11 €	$9,5$ €		

IV Fiche 4 – Calcul littéral

Prérequis :

- ✗ Maîtriser les identités remarquables et les priorités de développements.
- ✗ Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.
- ✗ Mettre en évidence $a^2 - b^2$ pour factoriser.
- ✗ Réduire des fractions au même dénominateur.

Exercice 1 :
Développer et réduire les expressions suivantes pour tout x réel.

a) $A = (3x-5)(3x+2)$;
b) $B = (3x+7)(4x+7)$;
c) $C = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}x\right)$;
d) $D = \left(\frac{8}{7}x - \frac{7}{9}\right)^2$;
e) $E = \left(5 + \frac{4}{3}x\right)^2$;
f) $F = \left(x + 2\sqrt{5}\right)\left(x - 5\sqrt{3}\right)$.

Exercice 2 :
Développer et réduire les expressions suivantes pour tout x réel.

a) $A = (2x+7)^2 - (3-4x)^2$;
b) $B = \frac{3}{5}(x-5) - x(4-3x)$;
c) $C = (x+3)^2 + \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$;
d) $D = (1-2x)^2 - (5-x)(3-2x)$.

Exercice 3 :
Développer et réduire les expressions suivantes pour tout x réel.

a) $A = \left(\frac{5}{3}x + \frac{2}{7}\right)(-x-3) - x + (2x+1)(2x-1)$;
b) $B = \left(\frac{3}{2}x + 2\right)\left(1 - \frac{5}{2}x\right)\left(\frac{11}{2} - \frac{4}{3}x\right)$;
c) $C = (2x+1)^2(2x-1)$;
d) $D = (7x+2)^3$

Exercice 4 :
Pour tout x réel, factoriser les expressions suivantes (il faudra parfois factoriser plusieurs fois et penser aux identités remarquables) :

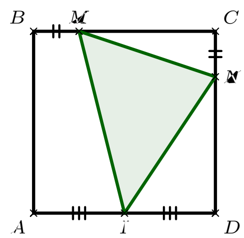
a) $A = 12x^3 - 3x$;
b) $B = 27x^3 - 36x^2 + 12x$
c) $C = (x+1)(4x+3) - (x+1)(7x-8)$;
d) $D = (2x+1)(2x-6) + (x-2)(x-3)$;
e) $E = (3x+8)(x-1) - 1 + x$;
f) $F = (4x-3)^2 - 25x^2$;
g) $G = x^2 - 4 - (x+2)^2$;
h) $H = (2x+3)^2 - (7x-5)^2$.

Exercice 5 :
Mettre les expressions suivantes sous la forme d'une seule fraction.

a) Pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{8} ; -\frac{3}{4}\right\}$, $A = \frac{9}{8x+5} + \frac{5}{4x+3}$.
b) Pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \left\{0 ; \frac{7}{2}\right\}$, $B = \frac{6}{2x-7} + \frac{10}{9x}$.
c) Pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{7}{6} ; -\frac{3}{4}\right\}$, $C = \frac{2x}{-4x-3} + \frac{3x}{6x+7}$.

Exercice 6 :

Soit $ABCD$ un carré de côté 6 cm.
Soit I le milieu de $[AD]$.
Soient M un point de $[BC]$ et N un point de $[CD]$ tels que $BM = CN = x$ cm où $x \in [0 ; 6]$.
Exprimer l'aire du triangle IMN en fonction de x pour tout x de $[0 ; 6]$.

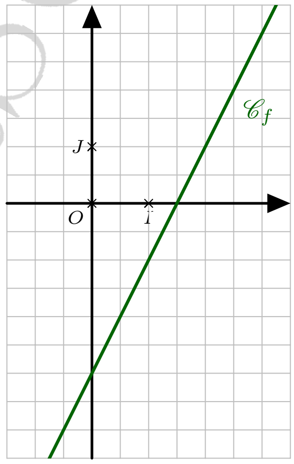


V Fiche 5 – Fonctions

Prérequis :

- ✗ Notions de fonction, d'image, d'antécédent.
- ✗ Fonctions affines.
- ✗ Résolution d'équations.
- ✗ Fonctions polynômes du second degré.

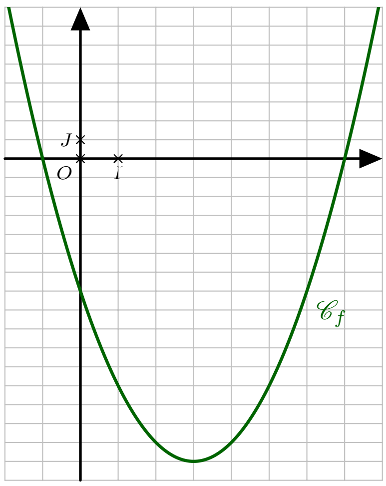
Exercice 1 :



On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.
Sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-contre.

1) a) Déterminer graphiquement l'image de 2 par la fonction f.
   b) Retrouver ce résultat par le calcul.
2) a) Déterminer graphiquement l'antécédent de $-0{,}5$ par la fonction f.
   b) Retrouver ce résultat par le calcul.

Exercice 2 :
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 7$.
Sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-contre.



1) a) Déterminer graphiquement l'image de 5 par la fonction f.
   b) Retrouver ce résultat par le calcul.
2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par la fonction f.
   b) Montrer que, pour tout x réel, on a : $f(x) = (x - 3)^2 - 16$.
   c) Déterminer algébriquement les antécédents de 0 par la fonction f.
3) Donner le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4) Donner le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
5) a) Avec la précision permise par le graphique, résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
   b) En utilisant l'expression démontrée à la question 2) b), résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 2$.

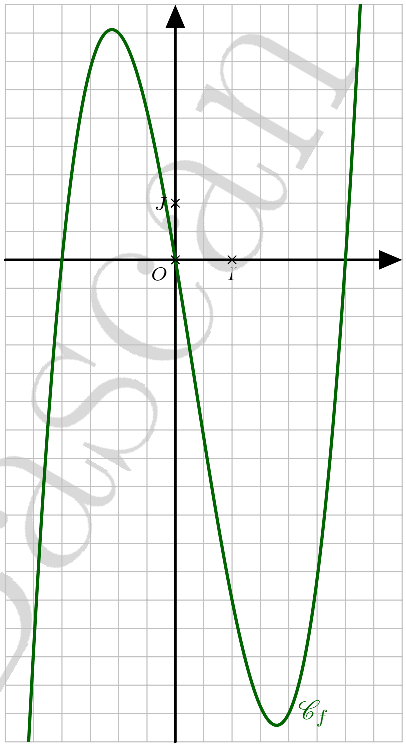
Exercice 3 :
On considère les deux algorithmes ci-dessous pour lesquels on saisit au départ une valeur pour x :

Algorithme 1	Algorithme 2
$a \longleftarrow x^2$	$a \longleftarrow x - 3$
$b \longleftarrow -6 \times x$	$b \longleftarrow a^2$
$c \longleftarrow a + b + 8$	$c \longleftarrow b - 1$
Afficher c	Afficher c

1) Programmer ces deux algorithmes en Python. Les tester sur quelques nombres.
2) Quelle conjecture pouvez-vous formuler ? La démontrer.
3) Quels nombres doit-on saisir pour obtenir 48 comme résultat ? (On attend une résolution algébrique.)

Exercice 4 :

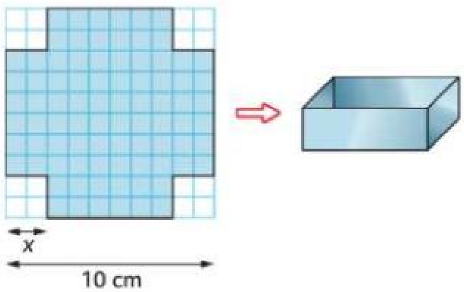
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$.
Sa représentation graphique $\mathscr{C}_f$ est donnée ci-contre.



1) a) Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement l'image de $-\dfrac{3}{2}$ par la fonction f.
   b) Retrouver ce résultat par le calcul.
2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par la fonction f.
   b) Pour tout x réel, développer $(x-3)(x+2)$.
   En déduire une factorisation de la fonction f.
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
3) En utilisant la factorisation trouvée précédemment, dresser le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4) a) Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement les antécédents de -6 par la fonction f.
   b) Factoriser, pour tout x réel, $x^3 - x^2$ et $-6x + 6$.
   c) Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = -6$.

Exercice 5 :
On dispose d'un carré de métal de 10 cm de côté.
Pour fabriquer une boîte sans couvercle, on enlève à chaque coin un carré de côté x cm et on relève les bords pour obtenir un pavé droit.

1) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles on peut fabriquer une boîte.
2) Exprimer le volume $\mathscr{V}(x)$ de la boîte en fonction de x.
3) Utiliser la calculatrice pour déterminer le volume maximal et la valeur de x correspondante (on arrondira au dixième).



Exercice 6 :
En s'aidant des représentations graphiques des fonctions de référence suivantes : carré, cube, racine carré, inverse, résoudre les inéquations suivantes :

a) $x^3 < -1000$
b) $\dfrac{1}{3} < \dfrac{1}{x} < 9$
c) $5 < x^2 < 20$
d) $\dfrac{1}{x} < -\dfrac{1}{15}$
e) $x^2 > -4$
f) $-8 < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{4}$

VI Fiche 6 – Équations

Prérequis :

✗ Savoir développer et factoriser une expression.

✗ Connaître et savoir utiliser les identités remarquables.

✗ Résolution d'une équation du premier degré et d'une équation produit nul.

Exercice 1 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $2x+3=-3x+7$; b) $-4x+1=9$; c) $-x=x+16$;

d) $(-x-4)(-x+7)=0$; e) $9(-4x+1)(6x-36)=0$; f) $-x(x+16)(2-5x)=0$.

g) $\dfrac{5-8x}{x-2}=3$; h) $\dfrac{-3x-1}{8-5x}=0$; i) $\dfrac{-2+10x}{2x+4}=\dfrac{5x}{x-4}$

Exercice 2 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(5x-1)(x-9)-(x-9)(2x-1)=0$; b) $2(x-1)(x-3{,}5)=4x^2-28x+49$;

c) $x+1=\dfrac{9}{x+1}$; d) $\dfrac{3x-1}{x-5}=\dfrac{3x-4}{x}$;

e) $\dfrac{16x^2-25}{2x-3}=\dfrac{4x-5}{3}$; f) $\dfrac{x^2-3x}{(x-3)^2}=4$.

Exercice 3 :
On cherche une méthode pour résoudre l'équation suivante : $x^2+2x-8=0$.
L'idée est de se ramener à la résolution d'une équation produit nul

1) a) En utilisant une identité remarquable, compléter l'égalité ci-dessous :

$$x^2+2x=(x+\cdots)^2-\cdots$$

b) En déduire que l'équation $x^2+2x-8=0$ équivaut à $(x+1)^2-9=0$.

c) En remarquant la présence d'une identité remarquable, déduire les solutions de l'équation $x^2+2x-8=0$.

2) En s'inspirant de la méthode précédente, résoudre l'équation $x^2+12x+11=0$.

VII Fiche 7 – Inéquations

Prérequis :

- ✗ Savoir développer et factoriser une expression.
- ✗ Règle des signes pour un produit ou un quotient.
- ✗ Étudier le signe d'une fonction affine.

Exercice 1 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $6x+7>4x+8$; b) $x+1 \geqslant 9x+25$; c) $-7 \leqslant 4x+9$;

d) $(x-8)(-1-10x) \leqslant 0$; e) $(x-1)(9x+27)>0$; f) $-7x(x+9)(2-x) \geqslant 0$;

g) $\dfrac{3x+9}{x-2} \leqslant 0$; h) $\dfrac{-2x+3}{x+4} \geqslant 0$; i) $\dfrac{-6x-7}{1+x}>0$.

Exercice 2 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $(3x+2)^2-(3x+2)(5x+1) \leqslant 0$; b) $(2-x)^2>36$;

c) $5+\dfrac{2}{x+3} \leqslant 0$; d) $\dfrac{3}{2x-1} \geqslant \dfrac{2}{-3x+15}$.

Exercice 3 :
On considère deux nombres réels x et y dont la somme vaut 20.
On souhaite que leur produit P soit supérieur ou égal à 91.

1) Exprimer y en fonction de x.
2) Démontrer que résoudre l'inéquation $P \geqslant 91$ revient à résoudre l'inéquation $(7-x)(x-13) \geqslant 0$.
3) Conclure.

Exercice 4 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $\dfrac{x^2-16}{9-4x^2} \geqslant 0$; b) $\dfrac{2x+3}{x+1} \leqslant \dfrac{x+1}{2x+3}$.

VIII Fiche 8 – Équations de droites

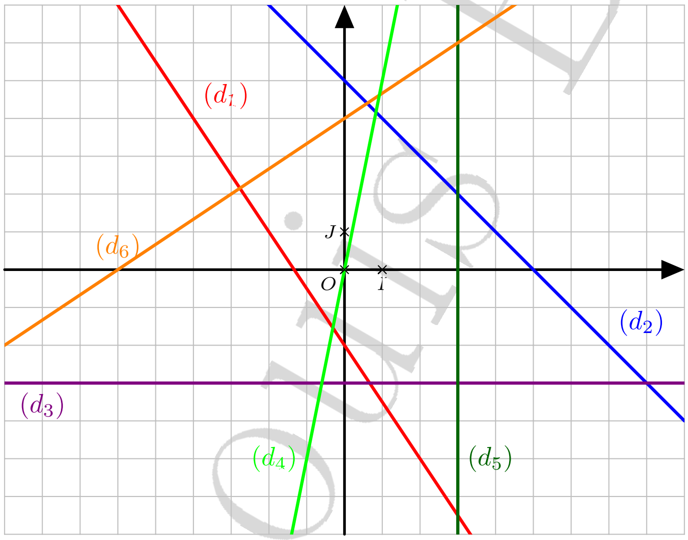
Prérequis :

✗ Équations de droites dans le plan.

Exercice 1 :
Dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne les points $A(-3\,;2)$, $B(4\,;4)$, $C(4\,;-2)$ et $D(1\,;-4)$.

1) Déterminer, par le calcul, une équation de chacune des droites (AB), (AC) et (BC).
2) a) Calculer les coordonnées des points d'intersection de la droite (AB) avec les axes du repère.
   b) Calculer l'abscisse du point de la droite (AB) dont l'ordonnée est 5.
3) a) Vérifier que le point D n'appartient pas à la droite (AC).
   b) Déterminer, par le calcul, une équation de la droite (Δ) parallèle à (AC) et passant par D.

Exercice 2 :
Pour chaque droite tracée sur le graphique ci-dessous, déterminer son équation réduite.



Exercice 3 :
Le plan est rapporté à un repère $(O\,;I,J)$.

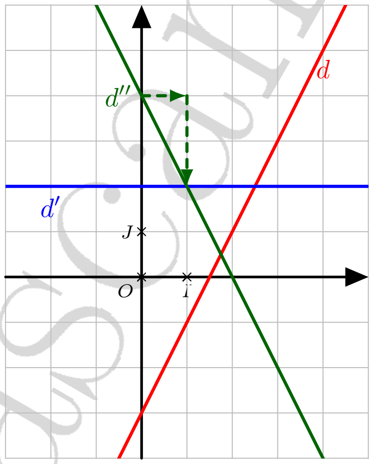
1) Tracer les droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives $(d_1) : y = -0{,}5x - 2$ et $(d_2) : y = 4x - 20$.
2) a) Tracer la droite (d_3) passant par le point $A(-2\,;5)$ et de coefficient directeur $m = -\dfrac{3}{2}$.
   b) Déterminer l'équation réduite de (d_3).
3) a) Justifier que les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes.
   b) Calculer les coordonnées de M point d'intersection de (d_1) et (d_2).
   c) Le point M appartient-il à (d_3) ? (Si c'est le cas, on dit que les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont concourantes en M.)

Exercice 4 :
Dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère les droites : $d_1 : y = -2x + 5$, $d_2 : y = -5x - 4$ et $d_3 : y = 4x + 7$.
Soit Δ la droite d'équation $y = mx + p$ où m et p sont deux réels.

Déterminer m et p tels que Δ soit parallèle à d_3 et que Δ, d_1 et d_2 soient concourantes.

Exercice 5 :
Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.
On se place dans un repère $(O\,;I,J)$.
Soit Δ la droite d'équation $y = 5x + 3$.

1) Le point $C\,(-2\,;7)$ appartient à la droite Δ.
2) La droite Δ' d'équation $y = 3x - 2$ et la droite Δ sont parallèles.
3) Le point $D\,(-2{,}5\,;-9{,}5)$ appartient aux deux droites Δ et Δ'.



Les questions 4 à 10 se réfèrent au graphique ci-contre.

4) Une équation de la droite d est $y = -3x + 2$.
5) La droite d' a pour équation $y = 2$.
6) Le coefficient directeur de la droite d est 2.
7) Le coefficient directeur de la droite d' est 1.
8) La droite d' est la représentation graphique d'une fonction linéaire.
9) Les flèches en pointillés permettent de lire graphiquement le coefficient directeur de la droite d''.
10) Le coefficient directeur de la droite d'' est égal à $-\dfrac{1}{2}$.

Exercice 6 :
Dans le plan muni d'un repère $(O;I;J)$, on considère les points $A(-14;3)$, $B(2;-1)$, $C(3;2)$ et un vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite d_1 passant par C et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}$.
3) Déterminer une équation cartésienne de la droite d_2 passant par C et parallèle à la droite (AB).

IX Fiche 9 – Géométrie analytique et vecteurs

Prérequis :

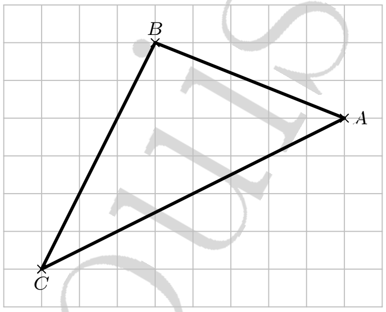
- ✗ Connaître et savoir utiliser la formule de la distance entre deux points.
- ✗ Connaître et savoir utiliser la formule donnant les coordonnées du milieu d'un segment.
- ✗ Connaître et savoir utiliser les définitions et les propriétés des figures usuelles.
- ✗ Somme de deux vecteurs, produit d'un vecteur par un réel, relation de Chasles.
- ✗ Coordonnées d'un vecteur dans un repère, relation de colinéarité.

Exercice 1 :
Dans un repère orthonormé $(O\,;I,J)$, on donne les points $A\,(-2\,;3)$; $B\left(\dfrac{1}{2}\,;-1\right)$ et $C\,(5\,;1)$.

1) Calculer la distance AB.
2) Calculer les coordonnées du milieu E du segment $[BC]$.
3) Calculer les coordonnées du point D symétrique de B par rapport à A.

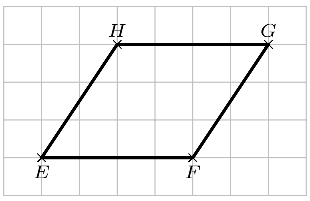
Exercice 2 :
On considère un triangle ABC, construire les points D, E et F tels que :

a) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$; b) $\overrightarrow{BD} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$; c) $\overrightarrow{FB} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

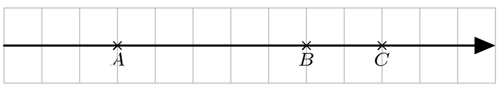


Exercice 3 :
On considère un parallélogramme $EFGH$, construire les points A et B tels que :

a) $\overrightarrow{EA} = -3\overrightarrow{FH}$; b) $\overrightarrow{FB} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{EF} - \dfrac{3}{4}\overrightarrow{GH}$.



Exercice 4 :
On considère A, B et C trois points de la droite graduée ci-dessous :



1) Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = -0{,}5\overrightarrow{BC}$.
2) À l'aide de la figure, compléter avec un nombre réel les égalités suivantes :

a) $\overrightarrow{AB} = \ldots\overrightarrow{AC}$; b) $\overrightarrow{BC} = \ldots\overrightarrow{BA}$; c) $\overrightarrow{CA} = \ldots\overrightarrow{BC}$.

Exercice 5 :

On considère les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$ dans un repère $(O\,;\overrightarrow{\imath},\overrightarrow{\jmath})$.

Déterminer les coordonnées des vecteurs :

a) $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$; b) $-3\overrightarrow{u}$; c) $-3\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}$.

Exercice 6 :
Soient les points $A(-1\,;-2)$, $B(9\,;-3)$, $C(1\,;2)$, $D(7\,;1)$ et $E(4\,;-5)$ dans un repère du plan.

1) Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
2) Les droites (AC) et (DE) sont-elles parallèles ?

Exercice 7 :

1) Soient les points $A(-1\,;-2)$, $B(5\,;1)$ et $C(2\,;-1)$ dans un repère du plan.
   Les points A, B et C sont-ils alignés ?
2) Même question avec les points $A(-1\,;-4)$, $B(5\,;-3)$ et $C(11\,;-2)$.

Exercice 8 :
On considère un repère du plan $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$. Soient les points $M(-3\,;-2)$, $N(-1\,;3)$ et $R(4\,;2)$.

Calculer les coordonnées du point S tel que $MNRS$ soit un parallélogramme.

Exercice 9 :
Soient les points $A(-4\,;-3)$, $B(-2\,;5)$ et $C(3\,;-1)$ dans un repère du plan.

Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$.

Exercice 10 :
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque affirmation, trouver la (ou les) réponse(s) correcte(s).
Pour certaines questions, on aura besoin des figures ci-dessous :

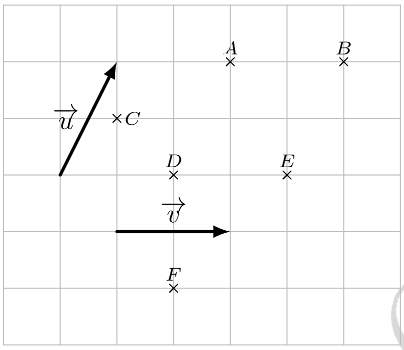


Figure 1.

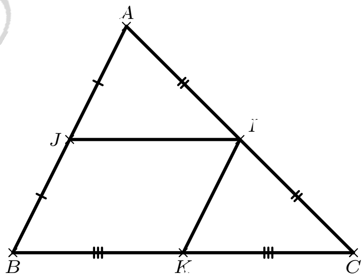


Figure 2.

1) Si $REVI$ est un parallélogramme alors :

   a) $\overrightarrow{RE}=\overrightarrow{VI}$; b) $\overrightarrow{ER}=\overrightarrow{VI}$; c) $\overrightarrow{RV}=\overrightarrow{EI}$; d) $\overrightarrow{IR}=\overrightarrow{VE}$.

2) Si $SION$ est un parallélogramme alors :

   a) $\overrightarrow{SO}=\overrightarrow{SI}+\overrightarrow{IO}$; b) $\overrightarrow{SO}=\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{NI}$; c) $\overrightarrow{SN}=\overrightarrow{SI}+\overrightarrow{ON}$; d) $\overrightarrow{IN}=\overrightarrow{IS}+\overrightarrow{IO}$.

3) Dans la figure 1, le vecteur $\overrightarrow{u}$ est égal à :

   a) $\overrightarrow{CA}$; b) $\overrightarrow{DA}$; c) $\overrightarrow{BE}$; d) $\overrightarrow{FE}$.

4) Dans la figure 1, le vecteur $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ est égal à :

   a) $\overrightarrow{EA}$; b) $\overrightarrow{CB}$; c) $\overrightarrow{FE}$; d) $\overrightarrow{DB}$.

5) Dans la figure 1, le vecteur $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$ est égal à :

   a) $\overrightarrow{EA}$; b) $\overrightarrow{CB}$; c) $\overrightarrow{FE}$; d) $\overrightarrow{DB}$.

6) Dans la figure 1, le vecteur $\overrightarrow{u}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{v}$ est égal à :

   a) $\overrightarrow{EA}$; b) $\overrightarrow{CB}$; c) $\overrightarrow{FE}$; d) $\overrightarrow{DB}$.

7) Dans la figure 2, les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont :

   a) colinéaires ; b) égaux ; c) opposés ; d) non colinéaires.

8) Dans la figure 2, les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{KB}$ sont :

a) colinéaires ; b) égaux ; c) opposés ; d) non colinéaires.

9) Dans la figure 2, les vecteurs $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{JA}$ sont :

a) colinéaires ; b) égaux ; c) opposés ; d) non colinéaires.

10) Dans la figure 2, on peut écrire :

a) $\overrightarrow{JI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$; b) $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{IK}$; c) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{BK}$; d) $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{BJ}$.

Exercice 11 :
Dans chacun des cas suivants, préciser si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

1) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}\frac{2}{5}\\ 4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}\frac{1}{8}\\ \frac{5}{4}\end{pmatrix}$

2) $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\ 4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\ \sqrt{6}\end{pmatrix}$

Exercice 12 : Trouver le réel x tel que $\begin{vmatrix} x-4 & -1 \\ 2x+1 & -3 \end{vmatrix} = 0$

Exercice 13 : Déterminer la valeur du réel m pour que les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}m-2\\ 3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}m+2\\ -4\end{pmatrix}$ soient colinéaires.

X Fiche 10 – Statistiques

Prérequis :

- ✗ Notion de série statistique, d'effectifs, d'effectifs cumulés croissants.
- ✗ Paramètres de position d'une série statistique : moyenne, quartiles, interprétation des résultats.
- ✗ Distribution des fréquences.
- ✗ Notion d'intervalle de fluctuation.

Exercice 1 :
À l'issue de la saison régulière du Top 14 2018/2019 de rugby, on donne le classement final :

Rang	Équipe	Points
1	Stade Toulousain	98
2	ASM Clermont	83
3	Lyon LOU	78
4	Racing 92	74
5	Stade Rochelais	71
6	Montpellier Hérault Rugby	70
7	Castres Olympique	69
8	Stade Français	64
9	Rugby Club Toulonnais	57
10	Union Bordeaux-Bègles	57
11	Section Paloise	43
12	SU Agen	38
13	FC Grenoble	29
14	USA Perpignan	12

Source : Rugbyrama.fr

1) Quelles sont les deux équipes médianes du classement ? Justifier.
2) Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 des points marqués par les équipes du Top 14.
3) Le Stade Toulousain finit la saison 2018/2019 du Top 14 avec un score d'environ 32,4 % supérieur à celui obtenu lors de la saison 2017/2018. Quel était-il alors ?
4) Le nombre de points du Racing 92 est en baisse de 7,5 % par rapport à celui de la saison précédente. Quel était-il alors ?

Exercice 2 :
On donne maintenant le nombre d'essais inscrits par le Castres Olympique au cours de la saison 2018/2019 :

Nombre d'essais	0	1	2	3	4	5
Nombre de matchs	4	7	9	3	1	2

1) Déterminer le nombre moyen d'essais par match.
2) Déterminer la fréquence en % de chaque catégorie. Arrondir au centième.
3) Déterminer une médiane de la série statistique. En donner une interprétation concrète.
4) Déterminer le premier et le troisième quartile de la série.

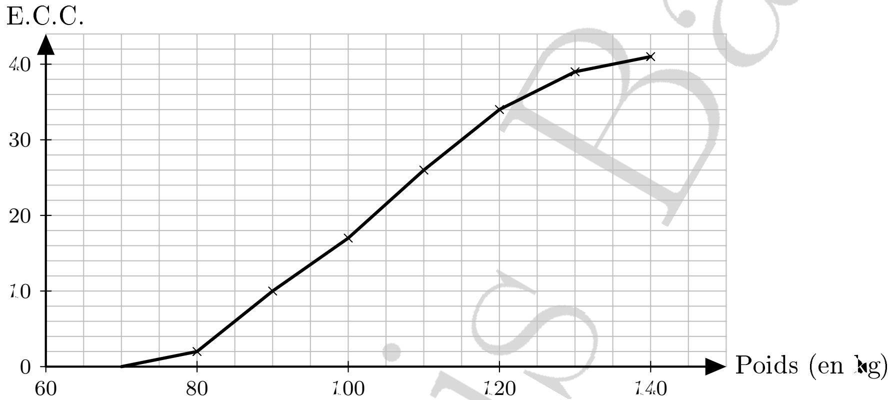
5) Gérald crée une feuille dans un tableur pour automatiser certains calculs :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombre d'essais	0	1	2	3	4	5
2	Effectif	4	7	9	3	1	2
3	Fréquence (en %)						
4	Effectifs cumulés croissants	4					

a) Quelle formule doit-il entrer en B3, qui, recopiée vers la droite, donnera la fréquence en % de chaque catégorie (Les cellules B3 à G3 sont au format « pourcentage ») ?

b) Quelle formule doit-il entrer en C4 qui, recopiée vers la droite, donnera les effectifs cumulés croissants ?

Exercice 3 :
On a relevé les poids en kg des joueurs du Castres Olympique.
Le graphique ci-dessous représente le polygone des effectifs cumulés croissants de la série statistique obtenue.



1) Quel est l'effectif total de la série ?
2) Déterminer graphiquement les quartiles et une médiane de la série.
3) Compléter le tableau suivant :

Masse (en kg)	[70 ; 80[	[80 ; 90[	[90 ; 100[	[100 ; 110[	[110 ; 120[	[120 ; 130[	[130 ; 140[
Effectif							

4) Estimer le poids moyen d'un rugbyman du Castres Olympique.

Exercice 4 :
En se basant sur les statistiques des saisons précédentes, les dirigeants du Castres Olympique estiment que l'équipe gagnent 53,4 % de ses matchs.
Lors de la saison 2018/2019, l'équipe a joué 26 matchs et en a gagné 15.

1) Déterminer un intervalle de fluctuation, au niveau de confiance 95 %, de la proportion de matchs gagnés dans les échantillons de taille 26. On arrondira les bornes à 10^{-3} près.
2) Les résultats de la saison 2018/2019 sont-ils en accord avec ceux des années précédentes ?

XI Fiche 11 – Probabilités

Prérequis :

- ✗ Notion d'expérience aléatoire et de modélisation (notamment à l'aide d'arbres).
- ✗ Calculs de probabilités.
- ✗ Langage des événements.
- ✗ Réunion et intersection d'événements.
- ✗ Événement contraire.

Exercice 1 :
Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, seule une réponse parmi celles proposées est exacte.

1) À Noël, Robin s'est fait offrir la trilogie des films « Batman » (trois films, sortis en 2005, 2008 et 2012). Il insère au hasard l'un des DVD dans son lecteur. Quel est la probabilité que ce soit le film le plus récent ?

   a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{3}$.

2) Robin place les trois DVD côte à côte, mais au hasard, sur une étagère. Quelle est la probabilité que les films soit rangés dans l'ordre chronologique de gauche à droite ?

   a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{3}$.

3) On tire au hasard deux cartes dans un jeu de 32. On note A l'événement : « Obtenir au moins un roi ». L'événement $\overline{A}$ est :

   a) « Obtenir exactement un roi » ; b) « N'obtenir aucun roi » ;
   c) « Obtenir au moins une dame » ; d) « Obtenir deux rois ».

4) Soient A et B deux événements issus d'une même expérience aléatoire. Sachant que $\mathbb{P}(B) = 0{,}3$; $\mathbb{P}(A \cap B) = 0{,}1$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = 0{,}5$, on peut dire que la probabilité de l'événement A est :

   a) 0,1 ; b) 0,2 ; c) 0,3 ; d) 0,4.

5) On lance une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir « Pile » est :

   a) 0,25 ; b) 0,5 ; c) 0,75 ; d) 1.

6) On lance 2 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir deux fois « Pile » est :

   a) 0,25 ; b) 0,5 ; c) 0,75 ; d) 2.

7) On lance 8 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir huit fois « Pile » est :

   a) $\frac{1}{8}$; b) $\frac{1}{4}$;
   c) environ 0,001 à 10^{-3} près ; d) environ 0,004 à 10^{-3} près.

Exercice 2 :
On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes.
On considère les événements suivants : A : « Tirer un trèfle » et B : « Tirer un roi ».

1) Déterminer les probabilités des événements A et B.
2) Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$ puis calculer sa probabilité.
3) a) Définir par une phrase les événements $A \cap B$ et $A \cup B$.
   b) Déterminer $\mathbb{P}(A \cap B)$.
   c) En déduire $\mathbb{P}(A \cup B)$.

Exercice 3 :
Une roue de loterie est formée de cinq secteurs. La loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

Secteur	1	2	3	4	5
Probabilité	0,2	0,25	0,1	p_4	p_5

1) Déterminer p_4 et p_5 sachant que p_5 est le double de p_4.
2) On lance cette roue puis on attend l'arrêt.
   a) Quelle est la probabilité que la flèche indique un multiple de 2 ?
   b) Quelle est la probabilité que la flèche indique un secteur avec un numéro inférieur ou égal à 3 ?

Exercice 4 :
Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux bleues « B » et trois rouges « R ».
On dispose également de deux sacs contenant des jetons : l'un est bleu et contient un jeton bleu « b » et trois jetons rouges « r » ; l'autre est rouge et contient deux jetons bleus « b » et deux jetons rouges « r ».
On extrait une boule de l'urne puis on tire un jeton dans le sac qui est de la même couleur que la boule tirée.

1) Représenter cette expérience à l'aide d'un arbre pondéré.
2) Déterminer la probabilité de l'événement A : « La boule et le jeton sont de la même couleur ».

Exercice 5 :
Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe.
Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10 % des élèves contractent la maladie. De plus, 3 % des élèves vaccinés ont la grippe.
Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	Total
Nombre d'élèves vaccinés			
Nombre d'élèves non vaccinés			
Total			1 280

2) On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis. Calculer la probabilité des événements suivants :
   a) A : « L'élève a été vacciné » ;
   b) B : « L'élève a eu la grippe » ;
   c) C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe ».
3) On choisit au hasard l'un des élèves non vaccinés.
   Calculer la probabilité de l'événement D : « L'élève a eu la grippe ».

XII Fiche 12 – Algorithmique

Prérequis :

✗ Instructions élémentaires (affectation, calcul, fonction).

✗ Boucles et instructions conditionnelles.

Exercice 1 :

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1) On considère l'algorithme ci-dessous.

```
a ⟵ 2
b ⟵ 1
Si a < b
    Alors a ⟵ 0,5 × a + 2 × b
    Sinon a ⟵ 0,5 × a − 2 × b
Fin Si
Si a < b
    Alors a ⟵ 5 × a
    Sinon a ⟵ 10 × a
Fin Si
```

Quelle est la valeur de la variable a à la fin de l'algorithme ?

2) On considère l'algorithme ci-dessous.

```
a ⟵ 10
Tant que a ≠ 1
    Si a est pair
        Alors a ⟵ a ÷ 2
        Sinon a ⟵ 3 × a + 1
    Fin Si
    Afficher a
Fin Tant que
```

Quelles sont les valeurs successives de la variable a ?

3) On considère l'algorithme ci-dessous.

```
a ⟵ 1
b ⟵ 2
Pour i variant de 0 à 4
    c ⟵ a
    a ⟵ b
    b ⟵ 5 × a − 6 × c
Fin Pour
```

Quelle est la valeur des variables a, b et c à la fin de l'algorithme ?

Exercice 2 :

1) Voici quatre algorithmes, très semblables, rédigés par quatre élèves. Néanmoins, si on les programme avec un logiciel adapté, on obtiendra des résultats à l'écran tout à fait différents. Associer chacun de ces quatre algorithmes avec leur résultat obtenu à l'écran après programmation.

Algorithmes			**Résultats obtenus à l'écran**
Algorithme de Chloé $P \longleftarrow 1$ Pour i variant de 1 à 5 $P \longleftarrow P \times i$ Fin Pour Afficher P	•	•	0

Algorithme de Laura
Pour i variant de 1 à 5
    $P \longleftarrow 1$
    $P \longleftarrow P \times i$
Fin Pour
Afficher P
	•	•	120

Algorithme de Thibault $P \longleftarrow 0$ Pour i variant de 1 à 5 $P \longleftarrow P \times i$ Fin Pour Afficher P	•	•	1 1 2 6 24

Algorithme de Thomas
$P \longleftarrow 1$
Pour i variant de 1 à 5
    Afficher P
    $P \longleftarrow P \times i$
Fin Pour
	•	•	5

2) En fait, on avait demandé à ces quatre élèves de rédiger un algorithme permettant de calculer le produit $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$, que l'on peut aussi noter $5!$ (on lit « factorielle 5 »).
Quel est le seul élève qui a rédigé un algorithme correct ?

3) Rédiger un algorithme qui permette de calculer la somme des entiers de 1 à 10 000.

Exercice 3 :

On imagine que la fonte d'un iceberg de masse initiale 1 000 t est de 2 % par jour.
On souhaite déterminer au bout de combien de jours sa masse deviendra inférieure à 900 t.

1) Pour cela, compléter l'algorithme suivant :

```
n ⟵ ...............
m ⟵ ...............
Tant que ...............
    n ⟵ ...............
    m ⟵ ...............
Fin Tant que
Afficher ...............
```

2) Programmer cet algorithme en Python et conclure quant à l'exercice.